

PACS: 41.20.Jb

Р.И. Коштовный, С.М. Орел

## ГЕОМЕТРИЯ СКИН-СЛОЯ В ПРОВОДЯЩИХ КОМПОЗИТАХ С УПОРЯДОЧЕННЫМ РАСПОЛОЖЕНИЕМ ПАРАМАГНИТНЫХ ВОЛОКОН

Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина НАН Украины  
ул. Р. Люксембург, 72, г. Донецк, 83114, Украина

Статья поступила в редакцию 31 марта 2008 года

*Найдено распределение переменного низкочастотного электромагнитного поля и исследована геометрия скин-слоя в проводящем волокнистом композите конечной длины с парамагнитными волокнами, регулярно расположенными в матрице. Проведены расчеты для различных значений магнитной проницаемости материала волокон, их размеров и взаимного расположения. Показано, что можно управлять глубиной проникновения магнитного поля в образец, изменяя эти параметры.*

### 1. Введение

В последнее время композиционные материалы стали объектом многочисленных исследований. Причина повышенного интереса заключается в том, что, как правило, такие композиты проявляют нетипичные для однородных материалов свойства. Вне зависимости от состава композита наличие взаимодействующих разнородных областей приводит к изменению механических, прочностных, электрических и магнитных свойств образца как целого. Особым видом композиционных материалов являются волокнистые композиты, представляющие собой упорядоченную систему волокон одного материала, размещенных в матрице из другого. Например, в работе [1] дано подробное описание процессов получения волокнистых композитов в виде железных волокон, регулярно расположенных в медной матрице. При измерениях низкочастотной магнитной восприимчивости таких материалов в некоторых случаях обнаружены инвертированные петли гистерезиса намагниченности [2]. Следует отметить, что особенности петель гистерезиса наблюдались в сплавах, которые как магнитные системы неоднородны [3]. Именно поэтому очень важно четко выявить эффекты, связанные лишь с неоднородностью магнитных свойств исследуемых систем, и, следовательно, при проведении экспериментов необходимо иметь оценку однородности внешнего переменного магнитного поля во всем объеме образца.

Возможны различные варианты оценок однородности магнитного поля в исследуемом образце [3–5]. В наиболее простом случае критерий однородности низкочастотного магнитного поля в неограниченном однородном материале может быть получен из оценки величины скин-слоя этого образца [4], которая определяется параметрами материала и частотой внешнего переменного магнитного поля. Такие оценки известны для ограниченных образцов определенной формы и для частных случаев композиционных материалов [4,5]. Однако, как оказалось, проводящие композиты конечной длины в виде регулярно расположенных в матрице волокон из магнитного материала в этом аспекте плохо изучены.

Целью данной работы является определение зависимости геометрии скин-слоя в таком композите от размеров и магнитных свойств составляющих его компонент.

## 2. Объект исследования и постановка задачи

Рассмотрим проводящий образец конечных размеров длины  $L$  с периодическим расположением парамагнитных волокон, четверть поперечного сечения которого изображена на рис. 1. Волокна, расположенные ближе к центру композита, будем называть ближними, а находящиеся вблизи границы образца – дальними. Величины радиусов композита  $R$ , ближних  $R_1$  и дальних  $R_2$  волокон, а также размеры, определяющие их взаимное расположение ( $r_1$ ,  $r_2$ ), являются изменяемыми параметрами. В дальнейшем материал волокон будем условно называть  $F$ , а материал матрицы, в которой они размещены, –  $M$ . В представляемой модели магнитная проницаемость матрицы  $\mu = 1$ , а магнитная проницаемость материала волокон  $\mu > 1$  и может изменяться в широких пределах.

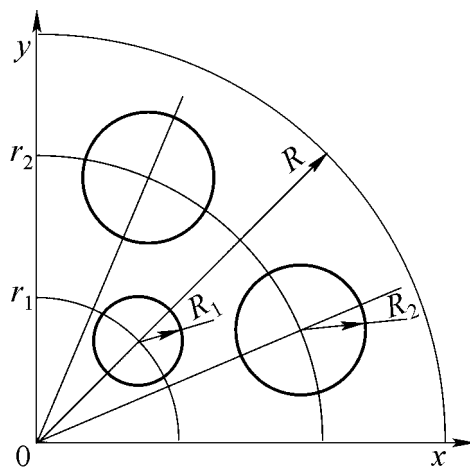


Рис. 1. Четверть поперечного сечения композита

Задача об определении магнитного поля внутри образца сводится к численному решению методом конечных разностей трехмерных уравнений Максвелла для квазистационарного случая [4]:

$$\Delta \mathbf{H} = \sigma \mu \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (1)$$

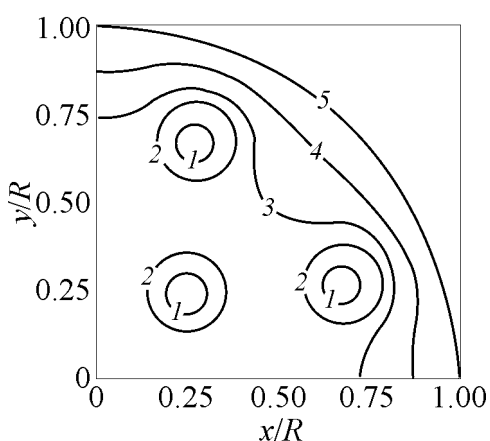
здесь  $\sigma$  – проводимость;  $\mu$  – магнитная проницаемость вещества, которую в данной работе будем считать частотно-независимой;  $\mu_0$  – магнитная постоянная.

Переменное магнитное поле приложено вдоль оси образца и изменяется по закону  $\mathbf{H}_{\text{ext}}(t) = \mathbf{H}_0 e^{i\omega t}$ , где  $\mathbf{H}_0$  – постоянный вектор,  $\omega$  – частота. Поле будем считать достаточно слабым, чтобы пренебречь его влиянием на состояние магнитной подсистемы композита. В работе представлены результаты расчетов на одной частоте  $\omega = 1000$  Hz. Отметим, что одновременное изменение частоты поля в  $n$  раз и размеров образца в  $1/\sqrt{n}$  раз не меняет картину распределения магнитного поля.

Сформулируем граничные условия для поставленной задачи. На торцевых и боковой поверхностях образца амплитуда магнитного поля равна  $\mathbf{H}_0$ . На оси образца производная  $\partial \mathbf{H} / \partial r = 0$ . Численные решения уравнений Максвелла в каждой из компонент образца проводились независимо и «сшивались» на границах раздела с использованием условия равенства тангенциальных составляющих векторов напряженности вихревого электрического поля.

### 3. Результаты расчетов и обсуждение

Анализ результатов проведенных расчетов показал, что наличие в композите волокон, магнитные свойства которых отличаются от свойств матрицы, влияет на распределение магнитного поля внутри образца. В частности, наблюдается существенное изменение размеров и геометрии скин-слоя по сравнению с однородным материалом. Поскольку появление магнитных волокон нарушает угловую симметрию, нарушается и монотонное спадание величины магнитного поля по мере продвижения внутрь композита, что имело место для случая однородного ограниченного образца [4]. Во внутренней области композита появляются области, в пределах которых наблюдается резкое ослабление магнитного поля, причем местонахождение этих областей определяется расположением волокон (рис. 2, поперечное сечение расположено у верхнего основания в пределах скин-слоя на расстоянии  $\zeta = z/L = 0.2$ ) и их магнитной проницаемостью.



**Рис. 2.** Линии одинакового значения магнитного поля в поперечном сечении композита:  $z/L = 0.2$ ,  $\mu = 50$ ;  $1 - H/H_{\text{max}} = 0.1$ ,  $2 - 0.3$ ,  $3 - 0.5$ ,  $4 - 0.7$ ,  $5 - 1.0$

В отличие от случая коаксиальных двух- и трехкомпонентных образцов [6], распределение магнитного поля в композите с регулярно расположенными волокнами существенно зависит от азимутального угла  $\phi$ . Поэтому результаты расчетов графически будут представлены в двух продольных плоскостях:  $S_1$  (секущая плоскость проходит через центр композита и через середину волокна из ближнего слоя) и  $S_2$  (через центр композита и через середину одного из волокон дальнего слоя).

3.1. Зависимость геометрии скин-слоя от расположения компонент

На рис. 3,а кривая 1 соответствует границе скин-слоя в плоскости  $S_1$  для композита, у которого слой ближних волокон расположен на расстоянии  $\rho_1 = r_1/R = 0.30$  от центра, а слой дальних волокон – на расстоянии  $\rho_2 = 0.70$ . Кривая 2 соответствует случаю  $\rho_1 = 0.30$  и  $\rho_2 = 0.85$ . Размеры волокон в обоих случаях одинаковы:  $P_1 = P_2 = R_{1,2}/R = 0.10$ , а магнитная проницаемость  $\mu = 50$ . Штриховой линией обозначена граница скин-слоя для однородного материала таких же размеров. Отмечаем, что на оси образца глубина проникновения переменного магнитного поля  $\delta_0$  меньше значения  $\delta_M$  – глубины проникновения магнитного поля в однородный образец из материала матрицы с  $R \rightarrow \infty$ . Со стороны боковой поверхности магнитное поле вдали от оснований проникает на ту же величину  $\delta_M$ . Таким образом, кривая 1 на краях исследуемой области стремится к штриховой линии, ограничивающей скин-слоем однородного образца.

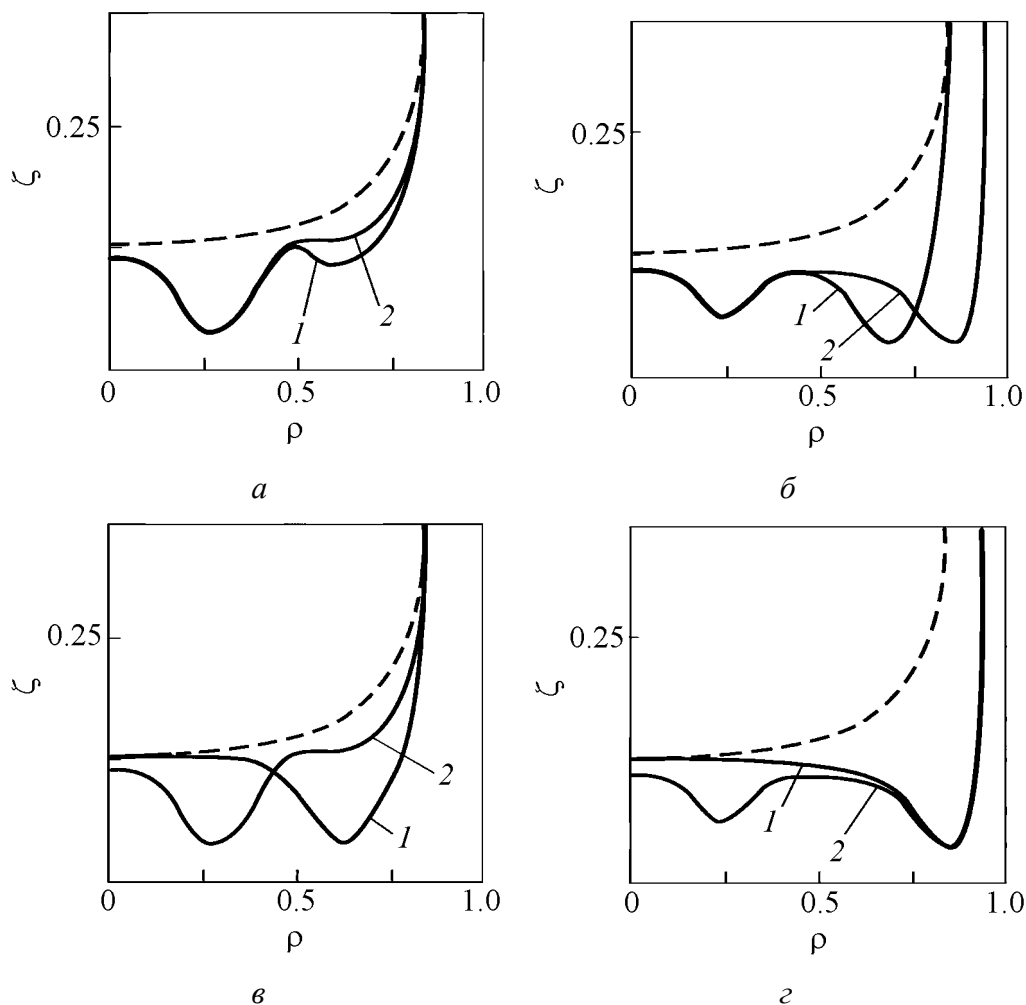


Рис. 3. Границы скин-слоя в продольных плоскостях  $S_1$  (а, в) и  $S_2$  (б, г) композитов в зависимости от расположения волокон

Во внутренней части имеются особенности. Наличие магнитных волокон с  $\mu > 1$  приводит к заметному понижению глубины проникновения магнитного поля со стороны торцевой поверхности по сравнению с однородным материалом. Для кривой 1 на рис. 3,а характерно наличие двух минимумов проникновения поля со стороны основания. Первый соответствует середине волокна ближнего слоя, а второй связан с наличием слоя дальних волокон и соответствует середине области между соседними волокнами дальнего слоя. Поскольку первый минимум локализован непосредственно в магнитном волокне, его размер значительно превышает величину второго минимума, который локализован в матрице и расположен на некотором расстоянии от волокон дальнего слоя.

При смещении слоя дальних волокон к боковой поверхности (кривая 2 на рис. 3,а) величина второго минимума уменьшается, поскольку увеличивается расстояние между волокнами дальнего слоя. Минимум фактически пропадает, превращаясь в пологий участок, в то время как оставшаяся часть кривой практически не изменяется.

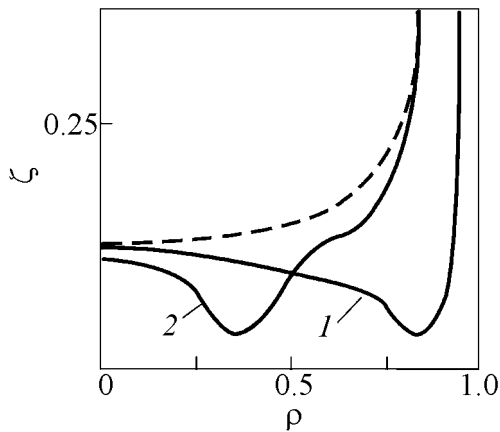
Более наглядно влияние положения слоя дальних волокон можно проследить, рассмотрев изменение геометрии скин-слоя в плоскости  $S_2$  (рис. 3,б, кривые 1 и 2 соответствуют тем же параметрам, что и на рис. 3,а): видно, как уменьшается глубина проникновения поля со стороны боковой поверхности по сравнению с предыдущим случаем. Отметим, что качественно кривые 1 и 2 на рис. 3,б похожи на соответствующие кривые на рис. 3,а. Имеют место два минимума: первый определяется близостью волокна ближнего слоя, а второй локализован внутри волокна дальнего. Для плоскости  $S_2$  величина первого минимума не так существенно отличается от величины второго, что связано с близостью расположения волокна к секущей плоскости.

Проанализируем влияние расположения слоя ближних волокон на распределение магнитного поля. Для этого рассмотрим границу скин-слоя образца, для которого  $\rho_1 = 0.65$  (кривая 1 на рис. 3,в). Прежде всего отмечаем смещение положения первого минимума вслед за изменением положения волокна (кривая 2 описывает ту же конфигурацию композита, что и на рис. 3,а). Поскольку волокна разных слоев расположены близко друг к другу, на кривой 1 проявляется только один минимум проникновения поля со стороны основания. Все сказанное выше в равной степени может быть отнесено и к границам скин-слоя, соответствующим плоскости  $S_2$  (рис. 3,г). Удаление волокон от центра образца приводит к увеличению  $\delta_0$ . Проследив динамику изменения размера скин-слоя на оси образца, можно утверждать, что величина  $\delta_0$  является максимальной для внутренней области и удовлетворяет неравенству:

$$\delta_F < \delta_0 < \delta_M,$$

где  $\delta_F$  – величина скин-слоя для однородного образца из материала волокон.

Рассмотрим далее особую схему расположения волокон, когда слои дальних и ближних волокон расположены на одинаковом расстоянии от центра



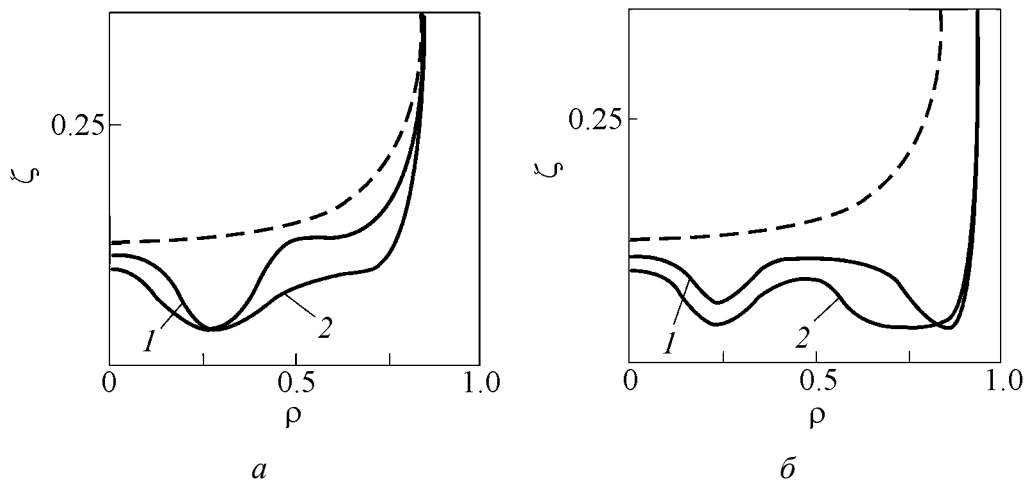
**Рис. 4.** Граница скин-слоя в продольной плоскости  $S_1$  композита с одним слоем волокон

композита и представляют собой один слой. Возможны два качественно различных варианта – когда волокна расположены в пределах скин-слоя со стороны боковой поверхности и вне его (рис. 4). Кривая 1 соответствует конфигурации  $\rho_{1,2} = 0.85$ , кривая 2 –  $\rho_{1,2} = 0.375$ . Радиусы волокон, как и прежде,  $P_{1,2} = 0.10$ , магнитная проницаемость  $\mu = 50$ . Прежде всего отметим наличие на кривых границы скин-слоя только одного минимума проникновения поля, положение которого смещается вместе со смещением волокон. Кроме того, как и в случае,

проиллюстрированном на рис. 3, геометрия скин-слоя со стороны боковой поверхности зависит от расположения слоя волокон. Его максимальное значение  $\delta_M$  достигается в случае, когда волокна расположены в пределах скин-слоя со стороны боковой поверхности (кривая 1 на рис. 4) и уменьшается по мере передвижения волокон к оси образца (кривая 2 на рис. 4). Для такой конфигурации характерна угловая симметрия, поскольку все волокна в композите расположены на одинаковом расстоянии от центра.

### 3.2. Зависимость геометрии скин-слоя от размеров компонент

Рис. 5 иллюстрирует геометрию скин-слоя в плоскостях  $S_1$  (рис. 5,а) и  $S_2$  (рис. 5,б) для композитов с различными размерами волокон. Кривая 1 соответствует значению  $P_{1,2} = 0.10$ , кривая 2 –  $P_{1,2} = 0.20$ . С увеличением размера волокон ближнего слоя область наименьшего проникновения поля в образец



**Рис. 5.** Границы скин-слоя в продольных плоскостях  $S_1$  (а) и  $S_2$  (б) композитов в зависимости от размера волокон

расширяется (рис. 5,а, кривая 2). Значение  $\delta_0$  понижается, кроме того, наблюдается общее сокращение размера скин-слоя со стороны торцевой поверхности, связанное с уменьшением доли вещества матрицы в области между волокнами. Эффект сокращения размеров скин-слоя более заметен на рис. 5,б. Первый минимум на кривой 2 с увеличением радиуса волокон уменьшается вследствие сокращения размеров области между соседними волокнами ближнего слоя.

### 3.3. Зависимость геометрии скин-слоя от магнитных свойств волокон

На основе анализа расчетных данных выявлена тенденция уменьшения напряженности магнитного поля в области расположения волокон с увеличением их магнитной проницаемости  $\mu$  (рис. 6). Если слой дальних волокон расположен в пределах скин-слоя (на рис. 6  $\rho_2 = 0.85, P_2 = 0.1$ ), то в плоскости  $S_2$  наблюдается обратная зависимость глубины проникновения поля со стороны боковой поверхности от величины магнитной проницаемости. Отмечаем качественное отличие результатов от случая коаксиальных образцов [6], заключающееся в том, что глубина проникновения поля в матрицу  $\delta_0$  слабо зависит от величины  $\mu$ : существенное увеличение магнитной проницаемости лишь незначительно уменьшает величину  $\delta_0$  (рис. 6,а,б). Кроме того, в областях матрицы, расположенных достаточно далеко от магнитных волокон, глубина проникновения поля со стороны торца также слабо меняется с увеличением  $\mu$ . Такая зависимость может быть объяснена с точки зрения объемной доли материала волокон в композите. Действительно, в случае, рассмотренном в [6], вещество с большей магнитной проницаемостью занимает гораздо больший объем по сравнению с исследуемыми композитами, и, следовательно, его влияние на распределение магнитного поля в матрице более существенно. Кроме того, одной из причин слабой зависимости  $\delta(\mu)$  являются особенности распределения плотности вихревого тока во внутренней области композита вблизи оси и между волокнами.

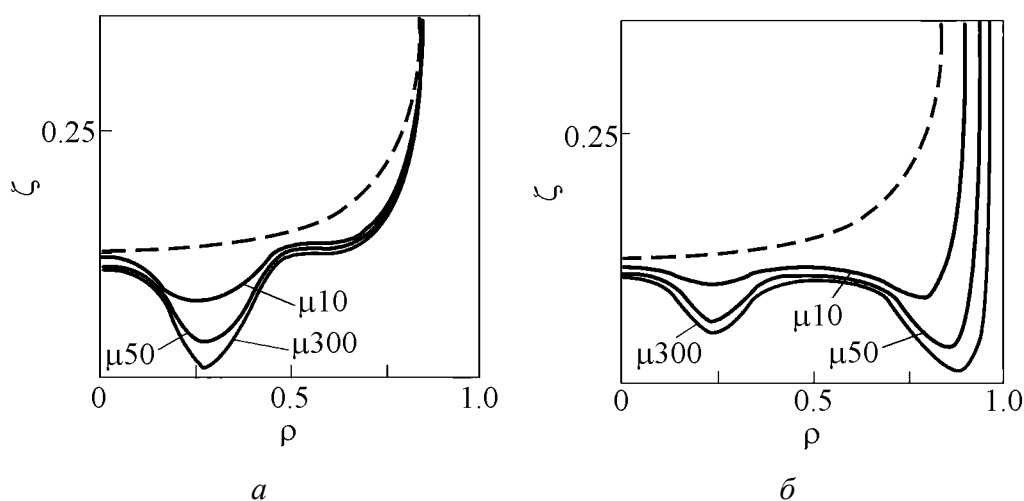


Рис. 6. Граница скин-слоя в продольных плоскостях  $S_1$  (а) и  $S_2$  (б) композитов в зависимости от магнитной проницаемости волокон

#### 4. Заключение

Наличие в композите волокон, магнитные свойства которых отличаются от свойств матрицы, существенно изменяет картину распределения магнитного поля внутри образца по сравнению с однородным материалом. Так, внутри композита образуются области, в пределах которых наблюдается значительное ослабление переменного магнитного поля.

На геометрию скин-слоя в проводящих композитах с регулярно расположенными магнитными волокнами существенное влияние оказывают их размеры и взаимное расположение. Это влияние проявляется в изменении глубины проникновения поля  $\mathbf{H}(t)$  в матрицу со стороны как боковой, так и торцевых поверхностей образца. Величина ослабления магнитного поля в областях вблизи расположения волокон существенно зависит от их магнитной проницаемости. Это позволяет управлять распределением магнитного поля  $\mathbf{H}(t)$  в композите, изменяя размеры, магнитные свойства и расположение волокон.

1. *Н.И. Матросов, А.Б. Дугадко, Е.А. Павловская*, ФТВД **8**, № 3, 122 (1998).
2. *А.Н. Черкасов, В.А. Белошенко, В.З. Спусканюк, В.Ю. Дмитренко, Б.А. Шевченко*, ФММ **104**, № 2, 144 (2007).
3. *Р.У. Канн, П. Хаазен*, Физическое металловедение, Т. 2. Фазовые превращения в металлах и сплавах и сплавы с особыми физическими свойствами, Металлургия, Москва (1987).
4. *Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц*, Теоретическая физика, Т. 8. Электродинамика сплошных сред, Наука, Москва (1982).
5. *В.С. Пантюшин*, Электротехника. Общий курс, Госэнергоиздат, Москва–Ленинград (1960).
6. *Р.И. Коштовный, С.М. Орел*, ФТВД **17**, № 3, 7 (2007).

*R.I. Koshtovny, S.M. Orel*

#### SKIN-LAYER GEOMETRY IN CONDUCTING COMPOSITES WITH THE ORDERED PARAMAGNETIC FIBRES

Distribution of alternating low-frequency electromagnetic field has been determined and the skin-layer geometry in conducting fibrous composite of finite length with paramagnetic fibres located in matrix in the regular manner has been studied. Calculations have been performed for different values of fibre-material magnetic permeability, fibre dimension and relative position. It is shown that by varying parameters one can control the depth of magnetic field penetration into the sample.

**Fig. 1.** A quarter of composite's cross-section

**Fig. 2.** Lines for identical magnetic-field values in composite's cross-section:  $z/L = 0.2$ ,  $\mu = 50$ ; 1 –  $H/H_{\max} = 0.1$ , 2 – 0.3, 3 – 0.5, 4 – 0.7, 5 – 1.0



**Fig. 3.** Boundaries of skin-layer in longitudinal planes  $S_1$  ( $a, \vartheta$ ) and  $S_2$  ( $\bar{\sigma}, z$ ) of composites depending on location of fibres

**Fig. 4.** Skin-layer boundary in longitudinal plane  $S_1$  of composite with one layer of fibres

**Fig. 5.** Boundaries of skin-layer in longitudinal planes  $S_1$  ( $a$ ) and  $S_2$  ( $\bar{\sigma}$ ) of composites depending on fibre dimension

**Fig. 6.** Skin-layer boundary in longitudinal planes  $S_1$  ( $a$ ) and  $S_2$  ( $\bar{\sigma}$ ) of composites depending on fibre-material magnetic permeability