#### PACS: 07.55.Db, 84.32.Hh, 84.40.Ik, 84.71.Ba, 84.71.Mn

# Н.В. Таряник<sup>1</sup>, Д.В. Варюхин<sup>1</sup>, Д.О. Федюк<sup>1</sup>, Н.С. Шеставин<sup>2</sup>

# МАГНИТНАЯ СИСТЕМА С БОЛЬШОЙ УГЛОВОЙ АПЕРТУРОЙ ДОСТУПА В РАБОЧУЮ ЗОНУ В ОСЕВОМ НАПРАВЛЕНИИ

<sup>1</sup>Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина

<sup>2</sup>Донецкий национальный университет

### Статья поступила в редакцию 28 августа 2020 года

Проведена оптимизация расхода материала для сверхпроводниковых соленоидов с прямоугольным сечением обмотки, а также для комбинированной системы, состоящей из соленоида с трапециевидным сечением, вставленного в соленоид с прямоугольным сечением, при условии сохранения свободного доступа в виде угловой апертуры к рабочей зоне. Показано, что оптимальной является комбинированная система. Для повышения однородности магнитного поля предложено использовать поперечную щель или расположенную в щели обмотку с обратным направлением тока.

**Ключевые слова:** комбинированный сверхпроводниковый соленоид, угловая апертура, прямоугольное и трапециевидное сечения обмоток, форм-фактор соленоида, поперечная щель, обмотка с обратным направлением тока

Задаче оптимизации размеров сверхпроводниковых соленоидов посвящен ряд работ [1,2]. Если в качестве условия оптимизации соленоида выбирается возможность свободного доступа в виде угловой апертуры к рабочей зоне, то будем называть такие соленоиды апертурными.

Применение соленоидов с прямоугольным сечением обмотки в магнитооптических исследованиях [3] и соленоидов с трапециевидным сечением обмотки в качестве поляризованных мишеней для пучка протонов [4,5] ставит задачу оптимизации таких соленоидов.

Соленоиды с прямоугольным или с трапециевидным сечением обмотки при условии сохранения свободного доступа в рабочую зону не всегда соответствуют требованию минимального расхода сверхпроводника. По нашему мнению, оптимальной конструкцией будет комбинированная магнитная система, в которой часть обмотки имеет прямоугольное сечение (внешний соленоид), а часть обмотки – трапециевидное (внутренний соленоид).

Напряженность магнитного поля в центре такой системы выражается обычным образом [7] через его геометрические параметры:

$$H_0 = Ina_1 F(\alpha, \beta). \tag{1}$$

© Н.В. Таряник, Д.В. Варюхин, Д.О. Федюк, Н.С. Шеставин, 2020

Здесь *I* – ток в сверхпроводниковом соленоиде; *n* – плотность намотки; *F*( $\alpha,\beta$ ) – форм-фактор, безразмерная величина, характеризующая зависимость напряженности магнитного поля от геометрии соленоида, где  $\alpha = a_2/a_1$  и  $\beta = b/a_1$  – приведенные размеры соленоида,  $a_1, a_2$  и *b* – параметры, указанные на рис. 1. Угловая апертура доступа в рабочую зону будет определяться углом 2 $\theta$ , при этом  $\beta = \operatorname{ctg}\theta$  и *b* = *b*<sub>t</sub>,  $a_c = a_1$ .



**Рис. 1.** Геометрические параметры соленоида: *1*, *2* – обмотки соответственно трапециевидного и прямоугольного сечений, *3* – корректирующий элемент

Рассмотрим соленоиды с прямоугольным сечением обмотки и одинаковыми значениями тока I и плотности намотки n, но с различными  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $a_1$ , которые будут создавать поле одинаковой напряженности, например 60 kOe. Считаем, что токи в соленоидах одинаковые и равны 60 А. Тогда коэффициент эффективности соленоида [8] запишем в виде

$$K = H / In (Oe/A \cdot loop/cm2),$$
<sup>(2)</sup>

где плотность намотки провода HT-50 диаметром 0.5 mm  $n = 315 \text{ loop/cm}^2$ . Отсюда коэффициент K = 3.18.

С учетом (1) и (2) внутренний радиус соленоида можно найти из выражения

$$a_1 = K / F(\alpha, \beta) \text{ (cm).}$$
(3)

Объем, занимаемый обмоткой соленоида, выражается через геометрические параметры следующим образом:

$$V(\alpha,\beta) = a_1^3 W(\alpha,\beta), \qquad (4)$$

где  $W(\alpha, \beta) = 2\pi \beta(\alpha^2 - 1) -$ приведенный объем [7].

На рис. 2 представлена зависимость объема обмотки от внутреннего радиуса, из которой следует, что по мере увеличения внутреннего радиуса  $a_1$ при сохранении значения коэффициента K = 3.18 и угловой апертуры 20 происходит уменьшение объема обмотки соленоида до минимального значения  $V_{\min}$ , а затем его увеличение с прохождением значения объема, называемого оптимальным объемом Фабри [2]. Минимальные значения объема при фиксированном значении угловой апертуры всегда меньше соответствующих значений Фабри. Таким образом, решение задачи по определению параметров соленоидов, оптимальных по расходу сверхпроводника, сводится к нахождению минимума функции  $V(\alpha, \beta)$  при дополнительном условии  $\beta = \text{const.}$ 



Рис. 2. Зависимость объема от внутреннего радиуса соленоидов с k = 3.18:  $1 - \beta = 3.0$ ( $2\theta = 36^{\circ}$ );  $2 - \beta = 2.0$  ( $2\theta = 50^{\circ}$ );  $3 - \beta = 1.4$  ( $2\theta = 70^{\circ}$ ,  $\beta = \text{const}$ );  $4 - \beta = 1.0$  ( $2\theta = 90^{\circ}$ );  $5 - \beta = 0.7$  ( $2\theta = 11^{\circ}$ );  $6 - \alpha = 24^{\circ}$ ;  $7 - \alpha = 10^{\circ}$ ;  $8 - \alpha = 2^{\circ}$ ; 9 - оптимальные значенияФабри

Однородность магнитного поля вдоль оси симметрии соленоида определяется в первую очередь вторым членом разложения напряженности в ряд Маклорена:

$$H(\gamma) = H(0)[1 + E_2 \gamma^2 + ...],$$
(5)

где  $\gamma = z/a_1$  – приведенная координата на оси симметрии *Z*, *H*(0) – напряженность магнитного поля в центре соленоида, *E*<sub>2</sub> – коэффициент, который находят по формуле для коэффициентов ряда Тейлора.

Соленоиды с прямоугольным сечение обмотки невыгодно использовать для создания сильного магнитного поля при выполнении условия сохранения апертурного доступа к рабочей зоне вдоль оси симметрии, когда размеры этой зоны значительно меньше внутренних размеров соленоида. В таком случае можно применять соленоиды с трапециевидным сечением обмотки [4,5], но преимущественно при условии больших угловых апертур доступа в рабочую зону [6].

В противном случае целесообразно использовать комбинированную систему, состоящую из соленоида с трапециевидным сечением обмотки, вставленного в соленоид с прямоугольным сечением (рис. 1). Такая система при  $\alpha_c = \alpha_1$  переходит в обычный соленоид с прямоугольным сечением, а при  $\alpha_c = \alpha_2 - в$  соленоид с трапециевидным сечением. Форм-фактор соленоида с трапециевидным сечением обмотки можно записать в виде [6]:

$$F_t(\alpha_c,\beta_t) = 0.4\pi\beta_t C_1^{1/2}(\alpha_c - 1), \qquad (6)$$

где  $\alpha_c = a_c/a_1$ ,  $\beta_t = b_t/a_1$  – приведенные размеры соленоида,  $\beta_t = \text{сtg}\theta$ ,  $C_1 = 1/(1 + \beta_t^2)$ .

Определим приведенный объем обмотки:

- трапециевидного сечения

$$W_t\left(\alpha_c,\beta_t\right) = 4/3\pi\beta_t\left(\alpha_c^3 - 1\right),\tag{7}$$

- прямоугольного сечения

$$W_r(\alpha,\beta) = 2\pi a_1^3(\alpha-1).$$
(8)

Требуется найти минимум объема комбинированной апертурной системы (рис. 1) путем вариации границы раздела  $\alpha_c$  обмоток с прямоугольным и трапециевидным сечениями:

$$W_t(\alpha_c, \beta_t) + W_r(\alpha, \beta) - W(\alpha_c, \beta) = \min.$$
(9)

Минимум выражения (9) находим при условии постоянства форм-фактора:

$$F_t(\alpha_c, \beta_t) + F_r(\alpha, \beta) - F(\alpha_c, \beta) = F_0 = \text{const}.$$
 (10)

Выражение (10) соответствует условию получения при заданном внутреннем радиусе соленоида необходимого значения магнитного поля, соответствующего значению форм-фактора  $F_0$ .

С учетом того, что  $\alpha > \alpha_c > 1$ , для значений форм-фактора в пределах его значений (1)–(10) получены решения, которые представлены кривыми зависимости приведенной длины  $\beta$  (рис. 3,*a*), приведенного радиуса  $\alpha$  (рис. 3,*б*) и приведенного радиуса  $\alpha_c$  трапециевидной части обмотки (рис. 4) от угловой апертуры  $\theta$  оптимальной комбинированной системы.

Область существования комбинированных апертурных систем со стороны малых угловых апертур ограничена кривой зависимости  $\beta_t = \operatorname{ctg}\theta$  (рис. 3,*a*). При увеличении угловой апертуры граница раздела  $\alpha_c$  асимптотически стремится к наружному радиусу  $\alpha_2$  (рис. 3,*б* и 4). Поэтому можно сделать вывод, что соленоиды с трапециевидным сечением обмотки при любых угловых апертурах будут иметь больший объем, чем комбинированные апертурные соленоиды.

Такие оптимальные комбинированные апертурные системы отличаются небольшой длиной, поэтому однородность их магнитного поля невысокая, как у всякого короткого некорректированного соленоида с прямоугольным сечением обмотки. Повысить однородность поля можно следующими способами. Например, выполнить в обмотке соленоида поперечную щель шириной 2bc (см. рис. 1) или заполнить поперечную щель обмоткой с обратным направлением тока по отношению к остальной части обмотки соленоида.



**Рис. 3.** Зависимости приведенной длины (*a*) и приведенного наружного радиуса ( $\delta$ ) комбинированной системы от угловой апертуры:  $I - F_0 = 1, 2 - 2, 3 - 4, 4 - 6, 5 - 8, 6 - 10$ 

Ширину поперечной щели определим из условия

$$F_0 E_2 - F_r(\alpha, \beta_c) E_2(\alpha, \beta_c) = 0, \qquad (11)$$

где  $\beta_c = b_c / a_1$  – приведенная ширина щели.

Ширину поперечной щели, заполненной обмоткой с обратным направлением тока, находим из условия

$$F_0 E_2 - 2F(\alpha, \beta_c) E_2(\alpha, \beta_c) = 0.$$
<sup>(12)</sup>

Область существования поперечной щели в комбинированных апертурных системах ограничена со стороны больших угловых апертур углом  $2\theta \sim 120^\circ$ ,



**Рис. 4.** Зависимость приведенного радиуса трапециевидной части соленоида от угловой апертуры:  $I - F_0 = 1, 2 - 2, 3 - 5, 4 - 10$ 

а область существования обмотки с обратным направлением тока не ограничена. Следует отметить, что при использовании любого корректирующего элемента происходит уменьшение форм-фактора соленоида, причем для поперечной щели более сильное, чем в случае обмотки с обратным направлением тока.

По результатам исследований были разработаны три комбинированные апертурные системы с одинаковыми размерами: 1) без корректирующего элемента, 2) скорректированная поперечной щелью, 3) скорректированная обмоткой с обратным направлением тока. В расчетах соленоидов плотность намотки проводом диаметром 0.5 mm принималась равной 315 loop/cm<sup>2</sup>.

Геометрические размеры и рабочие характеристики систем приведены в таблице. Из таблицы следует, что использование поперечной щели в предложенной конструкции повышает однородность магнитного поля на порядок, но абсолютная величина поля уменьшается на 19%, в то время как использование обмотки с обратным направлением тока приводит к уменьшению магнитного поля на 10%. Вес соленоида не превышает 3.5 kg.

Таблица

Геометрические	размеры и	рабочие	характеристики	систем
----------------	-----------	---------	----------------	--------

	Геометрические размеры, mm				tы mm		A	Г	RIC	
<u>№</u> п/п	внутренний диаметр	наружный диаметр	длина	ширина поперечной щели	ширина обмотки с обратным током	Диаметр граниі раздела обмотки,	Угол 20, deg	Магнитная постоянная, T/	Индукция поля, (I = 60 A)	Однородность п на 1 ст, %
1			—	—			1.07	6.4	1.4	
2	30.0	116.0	63.5	11.5	_	63.5	90	0.87	5.2	0.14
3				_	4.5			0.97	5.82	0.34

Применение рассмотренных конструкций позволяет более рационально расходовать сверхпроводниковый материал при изготовлении соленоидов с большой апертурой доступа в рабочую зону в осевом направлении.

#### Выводы

1. Рассмотрены сверхпроводниковые системы с большой угловой апертурой доступа в рабочую зону в осевом направлении с точки зрения расхода материала. Оптимальной конструкцией является комбинированная система с прямоугольным и трапециевидным сечениями обмоток.

2. С целью минимизации объема системы в качестве варьируемого параметра выбрана граница раздела цилиндрической и трапециевидной обмоток. Приведены зависимости длины и внешнего диаметра комбинированной апертурной системы, а также внешнего диаметра трапециевидной части обмотки от угловой апертуры при постоянном значении форм-фактора. 3. Для улучшения однородности магнитного поля в качестве корректирующего элемента предложено использовать поперечную щель или расположенную в щели обмотку с обратным направлением тока.

4. Приведены результаты разработки трех сверхпроводниковых систем с угловой апертурой 90° в направлении оси симметрии.

- 1. В.Г. Мануйлов, ЖТФ **35**, 1077 (1965).
- 2. В.И. Курочкин, В.П. Набережных, В.В. Пермяков, В.А. Ядрошников, А.А. Удод, ЖТФ **45**, 943 (1975).
- 3. И.И. Засавицкий, Б.Н. Мацонашвили, А.П. Шотов, ПТЭ № 2, 219 (1970).
- 4. В.Б. Зенкевич, В.В. Сычев, Магнитные системы на сверхпроводниках, Наука, Москва (1972).
- 5. S. Wang, F. Onesto, D. Hill, P. Arand, IEEE Trans. Magn. 13, 74 (1977).
- 6. *Н.С. Шеставин, В.В. Пермяков, В.В. Сухой, Н.В. Таряник*, в сб.: Вопросы атомной науки и техники. Серия: фундаментальная и прикладная сверхпроводимость. Вып. 1(5), ХФТИ АН УССР, Харьков (1977), с. 40–43.
- 7. *Д. Монтгомери*, Получение сильных магнитных полей с помощью соленоидов, Мир, Москва (1971).
- 8. B. Girard, M. Sauzade, Nucl. Instr. Meth. 25, 269 (1964).

### N.V. Taryanik, D.V. Varyukhin, D.O. Fedyuk, N.S. Shestavin

## MAGNETIC SYSTEM OF WIDE ACCEPTANCE ANGLE TO THE OPERATING ZONE IN AXIAL DIRECTION

Material consumption has been optimized for superconducting solenoids characterized by rectangular cross-section of the coil, a combined system composed by a solenoid of trapezoidal cross-section inserted to a solenoid of rectangular cross-section with retained free access to the operation zone in the form of angular aperture. It has been shown that the combined system is optimum. To enhance the uniformity of the magnetic field, a transverse slot or a winding with the reverse current are suggested to be used.

**Keywords:** combined superconducting solenoid, angular aperture, rectangular and trapezoidal cross-section of the windings, solenoid form-factor, transverse slot, winding with reverse current

Fig. 1. Geometrical parameters of the solenoid: 1, 2 – windings of rectangular and trapezoidal cross-sections, respectively, 3 – correcting element

**Fig. 2.** Internal radius dependence of the solenoid volume at k = 3.18:  $1 - \beta = 3.0$  ( $2\theta = 36^{\circ}$ );  $2 - \beta = 2.0$  ( $2\theta = 50^{\circ}$ );  $3 - \beta = 1.4$  ( $2\theta = 70^{\circ}$ ,  $\beta = \text{const}$ );  $4 - \beta = 1.0$  ( $2\theta = 90^{\circ}$ );  $5 - \beta = 0.7$  ( $2\theta = 11^{\circ}$ );  $6 - \alpha = 24^{\circ}$ ;  $7 - \alpha = 10^{\circ}$ ;  $8 - \alpha = 2^{\circ}$ ; 9 - optimum values by Fabry

Fig. 3. Angular aperture dependences of the reduced length (*a*) and reduced external radius ( $\delta$ ) of the combined system:  $I - F_0 = 1, 2 - 2, 3 - 4, 4 - 6, 5 - 8, 6 - 10$ 

Fig. 4. Angular aperture dependence of the reduced radius of the trapezoidal part of the solenoid:  $I - F_0 = 1, 2 - 2, 3 - 5, 4 - 10$