

PACS: 81.20.Ny, 83.50.Uv

А.В. Яковченко, С.А. Снитко, В.В. Пилипенко, Н.И. Ивлева

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ПРОКАТКИ КОЛЕЦ

Донецкий национальный технический университет

Статья поступила в редакцию 18 мая 2020 года

Разработана математическая модель процесса прокатки колец, необходимая для определения рационального режима деформации металла при прокатке колец, высота которых равна, больше или меньше высоты исходной кольцевой заготовки. С учетом уширения металла в радиальном и осевом очагах деформации определены текущие радиальные и осевые обжатия, размеры кольца, скорость роста его диаметра, скорость движения валка-оправки и другие параметры.

Ключевые слова: кольцепрокатный стан, математическая модель процесса прокатки колец, режим деформации металла, скорость роста диаметра кольца, скорость движения валка-оправки

Введение

Радиально-осевая прокатка кольцевых заготовок является ресурсосберегающей технологией обработки металлов давлением. Определение рациональных параметров этого процесса при освоении новых профилей является актуальной научно-технической задачей.

В технической литературе на базе аналитических и численных методов, разработанных на их основе специализированных компьютерных программ, а также конечно-элементного моделирования получены решения ряда задач в области нестационарных процессов прокатки кольцевых изделий [1,2 и др.]. Нестационарный характер этих процессов в значительной мере определяет их сложность. Имеет место широкий круг аналогичных научно-технических задач, которые не утратили своей актуальности [3–10]. Одной из наиболее часто возникающих проблем является определение рациональных графиков скорости движения валка-оправки, скорости роста наружного диаметра кольца [11–13] и соответственно закономерностей изменения радиальных и осевых обжатий в ходе прокатки.

Вместе с тем известные аналитические модели процессов прокатки колец не предусматривают учет уширения металла в радиальном и осевом очагах деформации при определении режимов прокатки колец, высота которых равна, больше или меньше высоты исходной кольцевой заготовки. А созданные конечно-элементные модели в основном ориентированы на проверку уже предложенных режимов деформации металла.

В связи с этим поставлена цель разработать математическую модель процесса прокатки колец и на ее основе – компьютерную программу, необходимую для установления рационального режима деформации металла при прокатке колец, высота которых равна, больше или меньше высоты исходной кольцевой заготовки. Также требуется обеспечить определение текущих радиальных и осевых обжатий, размеров кольца, скорости роста его диаметра, скорости движения валка-оправки и других параметров с учетом уширения металла в радиальном и осевом очагах деформации.

Математическая модель процесса прокатки колец

Математическая модель процесса прокатки колец разработана с целью создания специализированной компьютерной программы расчета рациональных режимов деформации металла, ориентированных на учет особенностей работы программ, управляющих кольцепрокатными станами. Схема радиально-осевого кольцепрокатного стана представлена на рис. 1.

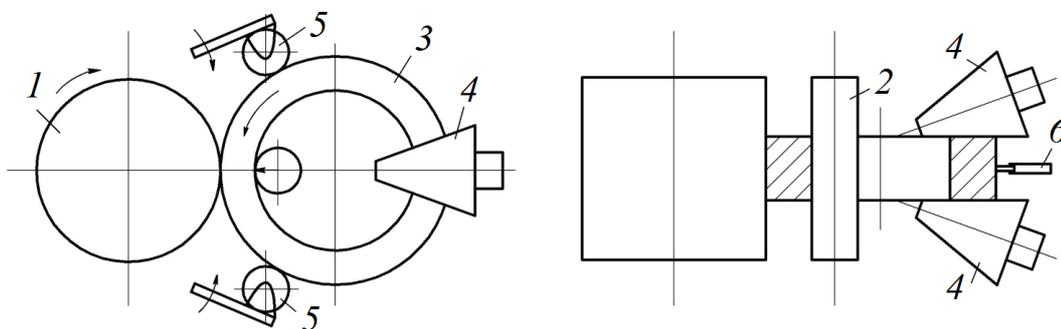


Рис. 1. Схема радиально-осевого кольцепрокатного стана: 1 – главный приводной валок, 2 – валок-оправка, 3 – кольцо, 4 – конические валки, 5 – центрирующие ролики, 6 – устройство для измерения скорости роста диаметра кольца

При прокатке кольцо формируется между главным приводным валком 1 и неприводным валком-оправкой 2, установленными вертикально (рис. 1). Обжатие стенки кольца 3 и соответствующее увеличение его диаметра осуществляются путем перемещения валка-оправки в сторону главного валка с помощью гидравлического привода. Стан имеет два конических валака 4, установленных диаметрально противоположно вертикальным валкам и выполняющих обжатие кольца по высоте. При прокатке кольцо центрируется роликами 5, которые удерживают его на оси стана и обеспечивают минимальную овальность кольца.

Важной особенностью предлагаемой математической модели является реализация схемы прокатки, которая предусматривает ряд этапов. Рассмотрим схему прокатки, включающую четыре этапа.

1-й этап предусматривает t оборотов исходной кольцевой заготовки, нагретой до температуры горячей пластической деформации. При этом обжа-

тие металла выполняется только вертикальными валками. Если исходная кольцевая заготовка получена ковкой, то на 1-м этапе осуществляется устранение ее граней. При этом увеличивается диаметр кольцевой заготовки, что позволяет уже на следующем этапе прокатки выполнять обжатие металла также и наклонными валками.

Управляющая кольцепрокатным станом программа на 1-м этапе обеспечивает режим обжатия металла, при котором сила прокатки P в радиальном очаге деформации изменяется от нуля до некоторого значения, с которого осуществляется дальнейшая прокатка на 2-м этапе.

Количество оборотов m и величина скорости роста диаметра кольца V_d после их выполнения являются исходной информацией для расчетов.

За первые m оборотов высота кольца увеличивается за счет уширения металла, которое имеет место в радиальном очаге деформации вертикальных валков. На этом заканчивается 1-й этап прокатки. В результате предварительных расчетов, проведенных по ходу прокатки, получены суммарное уширение, достигнутое после m оборотов кольца, а также соответствующие наружный диаметр кольца D_1 , толщина H_1 и высота B_1 кольца.

2-й (основной) этап прокатки реализуется до получения наружного диаметра кольца $D_2 = K_3 D_{out.f}$ (где $D_{out.f}$ – наружный диаметр готового кольца; K_3 – коэффициент, равный, например, 0.90–0.96). На данном этапе выполняются обжатия металла вертикальными и наклонными валками. При этом управляющая станом программа выдерживает заданную, например постоянную, скорость роста диаметра кольца V_d . Известны максимально допустимые на данном этапе скорости роста диаметра кольца (например, $V_d = 40$ mm/s) и движения валка-оправки (например, $V_m = 10$ mm/s). Текущее значение скорости V_d и соответствующие обжатия на каждом обороте кольца рассчитываются с учетом сопоставления ряда расчетных величин с соответствующими значениями, допустимыми по силе и мощности прокатки, по скорости движения валка-оправки, напряжениям в бочке валка-оправки и др.

Скорость роста наружного диаметра кольца зависит от величины обжатия Δh . При расчете режима деформации зададим выполнение условия: $|V_d - S_r| < \delta$ (здесь S_r – требуемое значение скорости роста наружного диаметра кольца; δ – заданная величина, определяющая точность выхода при расчете на значение S_r).

Чтобы обеспечить данное условие используем итерационный процесс для определения обжатия в радиальном очаге деформации Δh . Опишем этот процесс. Зададимся начальной величиной $\Delta h = \eta$. Будем давать некоторое приращение величине Δh и каждый раз вычислять на ее основе другие величины (которые будут рассмотрены ниже), а затем и соответствующее значение V_d . Пусть начальная величина приращения $d\Delta h$ также будет равна η (например, величина $\eta = 0.1$ mm).

При наращивании Δh с шагом $d\Delta h$ может оказаться, что при некотором значении Δh условие $|V_d - S_r| < \delta$ выполняется. Значит, поиск Δh можно прекратить.

Если этого не произошло, продолжаем наращивать Δh до тех пор, пока соответствующее значение V_d не превысит S_r более чем на δ . Тогда приращение $d\Delta h$ делим на 2 и с этим приращением начинаем уменьшать значение Δh . Если же окажется, что значение V_d меньше S_r более чем на δ , текущее приращение $d\Delta h$ снова делим на 2 и с этим приращением начинаем увеличивать Δh .

Таким образом, приращение $d\Delta h$ делим на 2 каждый раз, когда увеличение обжатия Δh изменяем на его уменьшение, а также когда уменьшение обжатия Δh изменяем на его увеличение. Этот процесс продолжаем до тех пор, пока не выполнится указанное выше условие.

Изложенный подход применяется на каждом обороте кольца, причем на всех этапах процесса прокатки. Отличие заключается только в том, что на 1-м и 4-м этапах обеспечивается только выход на требуемую скорость роста наружного диаметра кольца S_r . А на 2-м и 3-м этапах после выхода на величину S_r дополнительно выполняются сопоставления ряда расчетных величин с соответствующими значениями, допустимыми по силе и мощности прокатки, скорости движения валка-оправки, напряжениям в бочке валка-оправки и др. Соответственно, если имеет место превышение расчетными величинами соответствующих допустимых, то скорость роста наружного диаметра кольца корректируется в сторону уменьшения. Если же все расчетные величины оказались меньше допустимых, то скорость роста наружного диаметра кольца корректируется в сторону увеличения. При этом обеспечивается нормируемое непревышение хотя бы одной расчетной величины по отношению к соответствующей допустимой.

3-й этап прокатки реализуется до получения наружного диаметра кольца $D_3 = K_4 D_{out.f}$ (где K_4 – коэффициент, равный, например, 0.97–0.98). При этом выполняются обжатия металла вертикальными и наклонными валками. Данный этап обеспечивает плавный переход от 2-го (основного) этапа, связанного с интенсивной деформацией металла, к последнему 4-му этапу, на котором достигаются требуемые размеры готового кольца, а также его минимальная разнотолщинность и овальность. При этом управляющая станом программа выдерживает заданную, например постоянную, скорость роста диаметра кольца V_d . Известна максимально допустимая скорость роста диаметра кольца на данном этапе, например $V_d = 16$ mm/s. Текущее значение скорости V_d и соответствующие обжатия рассчитываются с учетом сопоставления ряда расчетных величин с соответствующими значениями, допустимыми по силе и мощности прокатки, скорости движения валка-оправки, напряжениям в бочке валка-оправки, разнотолщинности кольца.

4-й этап реализуется путем обжатия металла в радиальном и осевом очагах. При этом получают готовые наружный диаметра кольца $D_{out.f}$, а также его толщину H_f и высоту B_f . Известна скорость роста наружного диаметра кольца на этом этапе, которая выдерживается постоянной, например $V_d = 1.6$ mm/s.

*Предварительные расчеты режима деформации кольца,
выполняемые по ходу прокатки на 1-м этапе*

Прежде всего получим формулы для выполнения предварительных расчетов. Вначале определим толщину исходной кольцевой заготовки, учитывая равенство объемов заготовки и готового кольца, на основе уравнения

$$2\pi\left(\frac{D_{in.b}}{2} + \frac{H_b}{2}\right)H_bB_b = 2\pi\left(\frac{D_{out.f}}{2} - \frac{H_f}{2}\right)H_fB_f, \quad (1)$$

где $D_{in.b}$, H_b , B_b – соответственно внутренний диаметр, толщина и высота исходной кольцевой заготовки; $D_{out.f}$, H_f , B_f – соответственно наружный диаметр, толщина и высота готового кольца. Указанные величины задаются в окне программы, представленном на рис. 2, в качестве исходной информации.

ИСХОДНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

1) Диаметр приводного вала, мм	850
2) Диаметр вала-оправки, мм	160
3) Минимальный диаметр вала-оправки, мм	150
4) Диаметр наклонного вала, мм	300
5) Линейная скорость вращения приводного вала, м/с	1.2
6) Высота исходной кольцевой заготовки, мм	200
7) Внутренний диаметр исходной кольцевой заготовки, мм	162.5
8) Высота готового кольца, мм	200
9) Толщина готового кольца, мм	18.6
10) Наружный диаметр готового кольца, мм	1530.7
11) Температура начала прокатки, град.С	1040
12) Температура конца прокатки, град.С	890

Рис. 2. Окно программы задания исходной информации

После преобразования уравнения (1) получим квадратное уравнение относительно H_b :

$$H_b^2 + D_{in.b}H_b - \frac{(D_{out.f} - H_f)H_fB_f}{B_b} = 0. \quad (2)$$

Из двух решений квадратного уравнения (2) выбираем следующее:

$$H_b = -\frac{D_{in.b}}{2} + \sqrt{\frac{D_{in.b}^2}{4} + \frac{(D_{out.f} - H_f)H_fB_f}{B_b}}. \quad (3)$$

Разработанный метод, как указано выше, предусматривает задание в качестве исходной информации значения скорости роста наружного диаметра

кольца V_d после выполнения первых m оборотов, т.е. на границе 1-го и 2-го этапов прокатки. Очевидно, что, исходя из конструктивных соображений, задать точное значение V_d в указанной точке практически невозможно. Поэтому после завершения предварительных расчетов по ходу прокатки для 1-го этапа выполняются основные расчеты против хода прокатки на 4-м, 3-м и 2-м этапах. При этом определяется скорость роста наружного диаметра кольца V_d на границе 1-го и 2-го этапов прокатки, причем с учетом неперевышения на 2-м этапе ряда допустимых параметров (по силе и мощности прокатки, скорости движения валка-оправки, напряжениям в бочке валка-оправки) (см. рис. 3). Затем повторно выполняются расчеты по ходу прокатки для 1-го этапа, т.е. для первых m оборотов. Итерационный цикл расчетов по ходу прокатки на 1-м этапе обеспечивает уточненное определение размеров кольца, а также значения скорости V_d в конце 1-го этапа с соответствующими параметрами кольца и процесса, полученными при расчете против хода прокатки.

ПАРАМЕТРЫ РАСЧЕТА РЕЖИМА ДЕФОРМАЦИИ

1) Допустимая сила прокатки в радиальном очаге, МН	1.6
2) Допустимая сила прокатки в осевом очаге, МН	1.2
3) Допустимая мощность прокатки, кВт	500
4) Предел прочности стали валка-оправки, МПа	700
5) Допустимая скорость перемещения валка-оправки, мм/с	10
6) Количество оборотов на 1-ом этапе прокатки	4
7) Скорость роста диаметра кольца в конце 1-го этапа прокатки, мм/с	13.99
8) Коэффициент для точки 3 (начало 3-го этапа прокатки)	0.93
9) Коэффициент для точки 4 (начало 4-го этапа прокатки)	0.99
10) Допустимая скорость роста диаметра кольца на 2-ом этапе прокатки, мм/с	40
11) Допустимая скорость роста диаметра кольца на 3-ем этапе прокатки, мм/с	16
12) Скорость роста диаметра кольца на 4-ом этапе прокатки, мм/с	2
13) Доля обжатия по высоте от уширения (0 - 1)	1
14) Точность приближения к заданной скорости роста диаметра на 2-ом этапе прокатки, мм/с	0.01
15) Точность приближения к заданной скорости роста диаметра на 3-ем этапе прокатки, мм/с	0.01
16) Точность приближения к заданной скорости роста диаметра на 4-ом этапе прокатки, мм/с	0.01
17) Начальное обжатие в итерационном процессе, мм	0.7

Рис. 3. Окно программы задания параметров, необходимых для расчета режима деформации

Скорость роста диаметра кольца V_{d_i} на каждом i -ом обороте (из заданных m) определяем по формуле

$$V_{d_i} = \frac{D_{i+1} - D_i}{\Delta t_i}, \quad (4)$$

где D_i и D_{i+1} – наружные диаметры кольца в начале i -го и $(i + 1)$ -го оборотов соответственно, Δt_i – время оборота кольца.

Зная линейную скорость вращения приводного вала V , можно определить время оборота кольца по формуле

$$\Delta t_i = \frac{\pi D_i}{(V \cdot 1000)}. \quad (5)$$

Тогда

$$V_{d_i} = \frac{(D_{i+1} - D_i) V \cdot 1000}{\pi D_i}. \quad (6)$$

Из формулы (6) найдем наружный диаметр кольца в начале $(i + 1)$ -го оборота:

$$D_{i+1} = D_i \left(1 + \frac{\pi V_{d_i}}{V \cdot 1000} \right). \quad (7)$$

Как указано выше, на 1-м этапе прокатки при обжатии металла вертикальными валками кольцо совершает m оборотов, и на последнем из них скорость роста диаметра кольца равна V_d . Вначале примем, что на каждом i -м обороте $V_{d_i} = i \frac{V_d}{m}$ ($i = 1, 2, \dots, m$).

Из равенства объемов i -го и готового кольца с учетом

$$H_{i+1} = H_i - \Delta H_i, \quad B_{i+1} = B_i + k_r \Delta H_i$$

определим радиальное обжатие ΔH_i на каждом обороте по формуле

$$2\pi \left(\frac{D_{i+1}}{2} - \frac{(H_i - \Delta H_i)}{2} \right) (H_i - \Delta H_i) (B_i + k_r \Delta H_i) = 2\pi \left(\frac{D_{out.f}}{2} - \frac{H_f}{2} \right) H_f B_f, \quad (8)$$

где k_r – показатель уширения на i -м обороте, равный отношению величины уширения к величине обжатия ΔH_i в очаге деформации вертикальных валков. Значение коэффициента k_r на каждом обороте рассчитывается по эмпирической зависимости, установленной на основе экспериментальных данных [2].

После преобразования уравнения (8) получим кубическое уравнение относительно ΔH_i :

$$a_0 \Delta H_i^3 + b_0 \Delta H_i^2 + c_0 \Delta H_i + d_0 = 0, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} a_0 &= k_r, \\ b_0 &= (D_{i+1} - H_i) k_r - (H_i k_r - B_i), \\ c_0 &= -[(D_{i+1} - H_i)(H_i k_r - B_i) + H_i B_i], \\ d_0 &= -(D_{i+1} - H_i) H_i B_i + (D_{out.f} - H_f) H_f B_f. \end{aligned}$$

Для нахождения решения уравнения (9) применили метод половинного деления, который основан на последовательном сужении интервала, содержащего корень указанного уравнения до того момента, пока не будет достигнута заданная точность. В общем случае для функции $f(x)$ реализация

этого метода заключается в следующем. Предварительно определяем область локализации корня на отрезке $[a, b]$, на границах которого функция $f(x)$ меняет знак. Этот отрезок разбиваем пополам: $x = (a + b) / 2$. Затем находим значения функций $f(a)$ и $f(x)$ и проверяем условие $f(a)f(x) < 0$. Если условие выполнено, то корень расположен на отрезке $[a, x]$. В этом случае необходимо точку b переместить в точку x ($b = x$). Если условие не выполнено, то корень расположен на отрезке $[x, b]$, и тогда $a = x$. Повторяем вышеописанный процесс до тех пор, пока значение $\text{abs}(f(x))$ не станет меньше наперед заданного числа.

На каждом обороте находим величину уширения металла в очаге деформации вертикальных валков как произведение коэффициента k_r на величину радиального обжатия ΔH_i . Просуммировав значения уширений на первых m оборотах, получаем величину суммарного уширения, на которую увеличится высота кольца по сравнению с высотой исходной кольцевой заготовки. При этом также определяем наружный диаметр кольца D_1 , полученный через указанные m оборотов. При достижении D_1 завершается 1-й этап и начинается 2-й этап прокатки.

Описанный выше алгоритм является начальным шагом в итерационном процессе нахождения наружного диаметра D_1 . Иными словами, вначале скорость роста диаметра кольца (и соответствующие наружные диаметры D_i) при расчете по ходу прокатки на каждом обороте определяем на основе указанной выше линейной зависимости. Массив найденных на этом шаге значений наружных диаметров D_i сохраняется.

Затем линейную зависимость уточняем параболической вида

$$V_{d_i} = A_1 (D_i - D_{out.b})^2 + C_1,$$

где $A_1 = \frac{(V_d - V_{d_1})}{(D_1 - D_{out.b})^2}$, $C_1 = V_{d_1}$ ($i = 1, 2, \dots, m$).

В качестве D_i берем значения из массива, полученного на предыдущем шаге. Найденные по параболической зависимости значения V_{d_i} используем для вычисления наружных диаметров кольца по формуле (7), в том числе и нового диаметра D_1 . Процесс продолжаем до тех пор, пока разница между новым значением диаметра D_1 и тем, что был получен на предыдущей итерации, не станет меньше требуемого наперед заданного числа, например равного 0.1 mm.

Информация о размерах кольца (толщина, высота, наружный диаметр), полученная на каждом из m оборотов на 1-м этапе, сохраняется в виде массивов. В дальнейшем она будет использоваться после выполнения основных расчетов режима деформации кольца против хода прокатки на 4-м, 3-м и 2-м этапах прокатки.

**Основные расчеты режима деформации кольца,
выполняемые против хода прокатки на 4-м, 3-м и 2-м этапах**

Обозначим на i -м обороте толщину, высоту и наружный диаметр кольца как H_i, B_i, D_i . При $i = 1$ $H_1 = H_f, B_1 = B_f, D_1 = D_{out.f}$.

Запишем формулы для определения толщины, высоты и наружного диаметра кольца на $(i + 1)$ -м обороте с учетом того, что расчет выполняется против хода прокатки. На каждом обороте проводится как радиальное, так и осевое обжатие. В этом случае формулы имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} H_{i+1} &= H_i + \Delta H_i - k_{ax} \Delta B_i, \\ B_{i+1} &= B_i + \Delta B_i - k_r \Delta H_i, \end{aligned} \quad (10)$$

где k_{ax} – показатель уширения на i -м обороте, равный отношению величины уширения к величине обжатия в очаге деформации наклонных валков. Значение коэффициента k_{ax} на каждом обороте рассчитывается по эмпирической зависимости, полученной на основе экспериментальных данных.

Из условия равенства объемов кольца на $(i + 1)$ -м обороте и готового кольца определяется величина D_{i+1} :

$$D_{i+1} = \frac{(D_{out.f} - H_f) H_f B_f}{H_{i+1} B_{i+1}} + H_{i+1}. \quad (11)$$

На 4-м, 3-м и 2-м этапах выполняются радиальные ΔH_i и осевые ΔB_i обжатия. Каждый из этапов начинается, когда наружный диаметр кольца достигает определенного значения.

Будем рассматривать этапы против хода прокатки и для каждого из них запишем формулы (10) в зависимости от обжатий. Очевидно, что вид формулы (11) не изменится.

На каждом обороте 4-го и 3-го этапов прокатки величина осевого обжатия металла наклонными валками ΔB_i равна уширению в радиальном очаге, т.е. $\Delta B_i = \Delta b_i = k_r \Delta H_i$.

3-й этап прокатки обеспечивает плавный переход от 2-го (основного) этапа, связанного с интенсивной деформацией металла, к последнему 4-му этапу, на котором получают требуемые размеры и минимальные разнотолщинность и овальность прокатанного кольца. В связи с этим для колец, имеющих высоту, равную, больше или меньше высоты исходной кольцевой заготовки, применяется схема, согласно которой именно в конце 2-го этапа прокатки (т.е. при наружном диаметре кольца, равном D_2) во всех указанных выше вариантах уже обеспечивается получение заданной высоты кольца B_f . При этом вся неравномерность деформации металла, в том числе связанная с выходом на значение B_f локализуется на 2-м этапе прокатки. А на 3-м и 4-м этапах осевые обжатия выполняются для получения катаных торцов кольца и высоты B_f , которая на каждом обороте кольца нарушается вследствие уширения металла, возникающего от соответствующего радиального обжатия в очаге деформации вертикальных валков.

Так как на каждом обороте 4-го и 3-го этапов прокатки величина осевого обжатия металла наклонными валками ΔB_i принята равной уширению в радиальном очаге, то формулы (10) преобразуются к виду

$$\begin{aligned} H_{i+1} &= H_i + \Delta H_i (1 - k_{ax} k_r), \\ B_{i+1} &= B_i. \end{aligned} \quad (12)$$

Рассмотрим 2-й (основной) этап прокатки. Режим обжатий на данном этапе зависит от соотношения толщин и высот кольцевой заготовки и готового кольца.

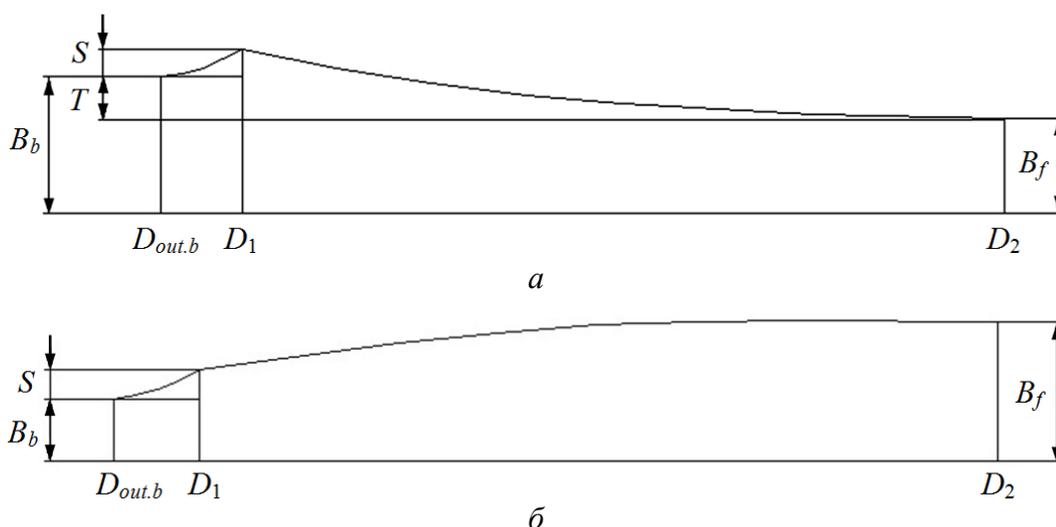


Рис. 4. Схема изменения части высоты кольца B_{i+1} на 2-м этапе прокатки, полученной после выполнения осевого обжатия уширения металла Δb_i в радиальном очаге деформации: *a* – при $B_b \geq B_f$, $\Delta b_i = k_r \Delta H_i$; *б* – при $B_b < B_f$, $\Delta b_i = (k_r \Delta H_i) k_{br}$

На рис. 4,*a* представлен вариант, когда высота заготовки B_b больше или равна высоте готового кольца B_f . Показано суммарное уширение металла S , которое получено в результате обжатия толщины кольца вертикальными валками на 1-м этапе прокатки за m оборотов. Оно привело к увеличению высоты кольца на эту же величину.

Высота исходной кольцевой заготовки может как равняться высоте готового кольца, так и превышать ее на некоторую величину T . Поэтому на 2-м этапе прокатки на каждом обороте кольца наклонными валками обжимаются не только уширение $\Delta b_i = k_r \Delta H_i$, получаемое от обжатия вертикальными валками, но и соответствующие части высоты кольца, обусловленные величинами S и T . В общем случае высота кольца на каждом обороте 2-го этапа прокатки зависит от уширения Δb_i и от величин S и T .

Из рис. 4,*a* следует: если наружный диаметр кольца равен D_1 , то высота кольца равна $B_f + S + T$; если наружный диаметр кольца равен D_2 , то высота кольца равна B_f . Примем, что изменение на 2-м этапе прокатки части вели-

чины осевого обжатия, обусловленного суммой $S + T$, рассчитывается по параболе. На рис. 4,а показано изменение B_{i+1} , являющейся частью высоты кольца, полученной после выполнения осевых обжатий уширений Δb_i . Так как величина $B_f = \text{const}$, то B_{i+1} также изменяется по параболе, вершина которой находится в точке (D_2, B_f) , т.е. B_{i+1} плавно увеличивается от B_f до B_1 , где $B_1 = B_b + S$.

Уравнение для вычисления B_{i+1} имеет вид

$$B_{i+1} = A(D_{i+1} - D_2)^2 + C, \quad (13)$$

где $A = \frac{(B_1 - B_2)}{(D_1 - D_2)^2}$, $C = B_2$.

Для расчета величины B_{i+1} необходимо задать диаметр D_{i+1} . В качестве первичного значения D_{i+1} найдем то, которое удовлетворяет условию $\Delta B_i = \Delta b_i = k_r \Delta H_i$, т.е. по существу величины H_{i+1} , B_{i+1} вначале рассчитываем по формулам (12). Подставляя найденное таким образом значение D_{i+1} в уравнение (13), находим уточненное значение B_{i+1} .

Используя это значение B_{i+1} на текущем обороте и B_i на предыдущем, на основании формулы (10) можем записать суммарное осевое обжатие ΔB_i :

$$\Delta B_i = B_{i+1} - B_i + k_r \Delta H_i. \quad (14)$$

Иными словами, осевое обжатие на каждом обороте 2-го этапа прокатки включает две составляющие: $\Delta b = \Delta b_1 = k_r \Delta H$, $\Delta b_2 = B_{i+1} - B_i$.

С учетом (14) формула (10) для вычисления H_{i+1} будет иметь вид

$$H_{i+1} = H_i + \Delta H_i - k_{ax} (B_{i+1} - B_i + k_r \Delta H_i). \quad (15)$$

Принимая во внимание найденные по формулам (13) и (15) величины H_{i+1} , B_{i+1} , уточненное значение D_{i+1} определяем по формуле (11).

Далее на базе уточненного значения D_{i+1} по формулам (13) и (15) пересчитываются величины H_{i+1} , B_{i+1} , а по ним снова пересчитывается диаметр D_{i+1} по формуле (11). Организованный таким образом итерационный цикл позволяет определить значение наружного диаметра D_{i+1} с требуемой наперед заданной точностью.

На рис. 4,б представлен вариант, когда высота заготовки B_b меньше высоты готового кольца B_f . Может оказаться, что суммарное уширение S будет таким, что $B_b + S > B_f$. Тогда величины B_{i+1} и H_{i+1} на 2-м этапе прокатки рассчитываем по формулам (13) и (15), а диаметр D_{i+1} – по формуле (11).

Если $B_b + S = B_f$, то очевидно, что величины H_{i+1} и B_{i+1} на 2-м этапе прокатки рассчитываются по формулам (12), а диаметр D_{i+1} – по формуле (11). Если $B_b + S < B_f$, то выход на высоту кольца, равную B_f , в ряде случаев можно осуществить, если на каждом обороте 2-го этапа прокатки обжимать на-

клонными валками не все уширение, полученное от радиального обжатия, а только его часть:

$$\Delta B_i = \Delta b_i = (k_r \Delta H_i) k_{br}, \quad (16)$$

где k_{br} – коэффициент, изменяющийся от 0 до 1, который определяет долю уширения, полученного от радиального обжатия, обжимаемую в осевом очаге деформации.

При $k_{br} = 1$ на каждом обороте 2-го этапа прокатки наклонными валками будет обжиматься все уширение. Если $k_{br} = 0.3$, то наклонными валками будут обжиматься только 30% уширения, полученного от радиального обжатия на рассматриваемом обороте, а 70% уширения будут использованы для требуемого увеличения высоты кольца. В этом случае высота B_{i+1} от точки, соответствующей наружному диаметру кольца D_2 , до точки, соответствующей наружному диаметру кольца D_1 , должна плавно уменьшаться, приближаясь к величине $B_b + S$.

С учетом (16) формулы (10) для вычисления H_{i+1} и B_{i+1} примут вид

$$\begin{aligned} H_{i+1} &= H_i + \Delta H_i (1 - k_{ax} k_r k_{br}), \\ B_{i+1} &= B_i + k_r \Delta H_i (k_{br} - 1). \end{aligned} \quad (17)$$

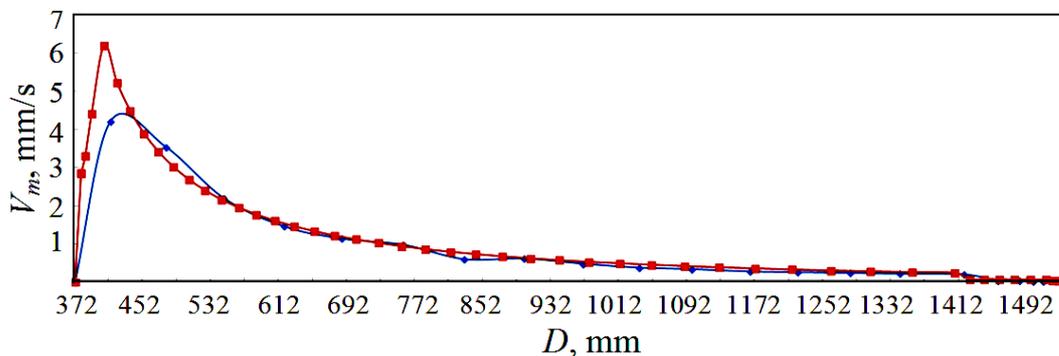
Значение диаметра кольца D_{i+1} определяем по формуле (11).

Так как торцевые поверхности кольца должны быть катаные, коэффициент k_{br} всегда должен быть больше нуля. Вместе с тем даже при минимально допустимом из технологических условий значении коэффициента k_{br} выход на высоту готового кольца B_f может быть и не обеспечен. В этом случае на соответствующем графике (аналогичном показанному на рис. 4,б) при значении наружного диаметра кольца, равном D_1 , будет иметь место разрыв. Иными словами, при подходе справа к точке D_1 получится, что $B_{i+1} > B_b + S$. В этом случае путем повторных расчетов необходимо найти минимально допустимую высоту исходной кольцевой заготовки B_b , при которой выполняется требуемое условие ($B_{i+1} = B_b + S$ в точке D_1). Причем скорректированное значение B_b в каждом из таких расчетов задается через исходную информацию.

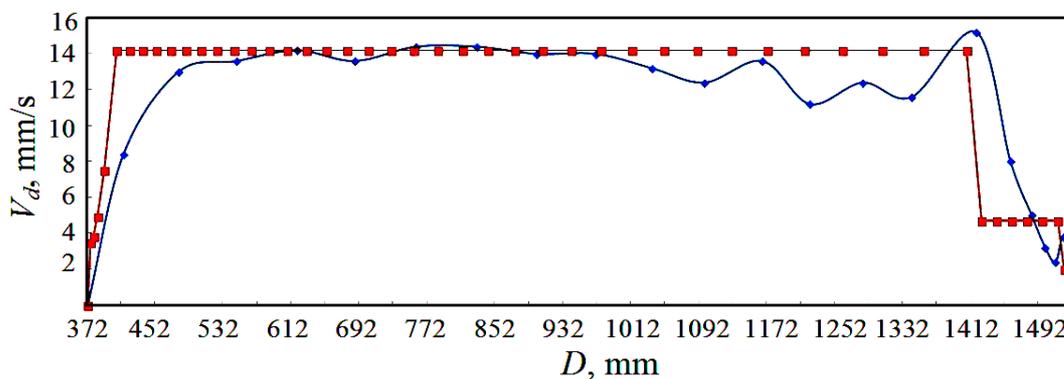
Рассчитывая размеры кольца против хода прокатки, получаем, что на определенном обороте наружный диаметр кольца становится меньше диаметра D_1 , после которого наступает 1-й этап прокатки. В этом случае сохраняем информацию о размерах прокатываемого кольца, которая определена на 2-м этапе прокатки, до перехода через диаметр D_1 . Очевидно, что наружный диаметр на сохраненном последнем обороте будет, как правило, несколько больше, чем диаметр D_1 .

Скорость роста диаметра кольца V_d , которая получена и сохранена на последнем обороте 2-го этапа при расчете против хода прокатки (до перехода

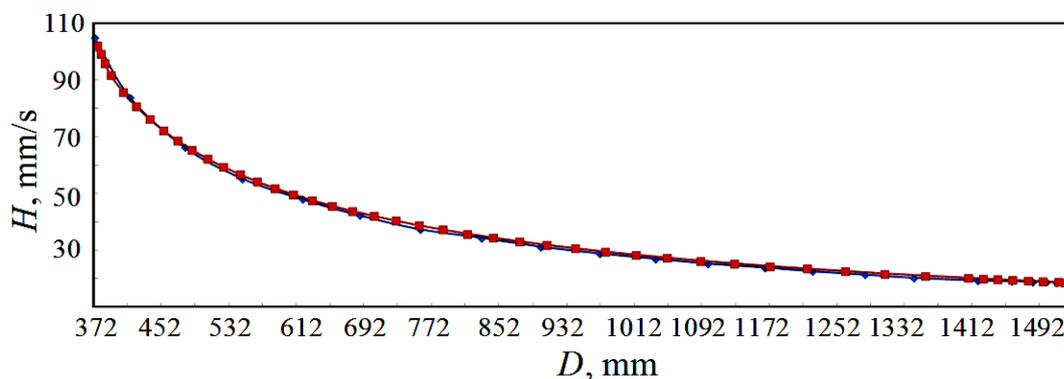
через диаметр D_1), найдена с учетом непревышения ряда допустимых параметров (по силе и мощности прокатки, скорости движения валка-оправки, напряжениям в бочке валка-оправки). Как правило, рассчитанная величина V_d не равна заданной в исходной информации скорости после первых m оборотов, которая была принята во внимание при предварительных расчетах на 1-м этапе (выполненных по ходу прокатки).



a



б



в

Рис. 5. Зависимости скорости движения валка-оправки V_m (*a*), скорости роста наружного диаметра кольца V_d (*б*) и толщины кольца H (*в*) от текущего значения наружного диаметра кольца D : \blacklozenge – эксперимент, \blacksquare – расчет

Поэтому предусмотрен ряд повторных расчетов для 1-го этапа по ходу прокатки. Причем проводится итерационный цикл расчетов с целью определения после первых m оборотов кольца значения диаметра D_1 , равного диаметру, полученному на 2-м этапе прокатки на последнем сохраненном обороте (при расчете против хода прокатки). Это обеспечивается варьированием скорости роста диаметра кольца после первых m оборотов, которая задается в исходной информации. После выполнения указанного условия достигается равенство не только рассмотренных выше диаметров, но и всех других параметров кольца и процесса.

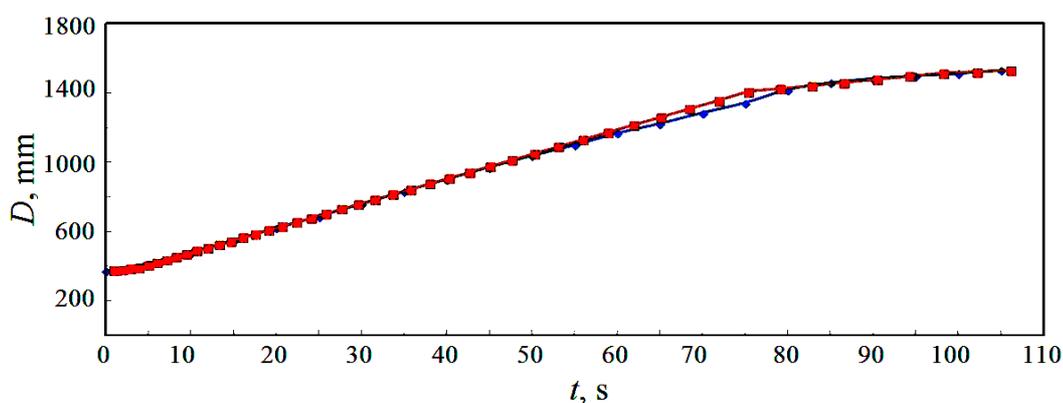


Рис. 6. Зависимость наружного диаметра кольца D от времени процесса прокатки t :
 ◆ – эксперимент, ■ – расчет

Затем из информации по 1-му этапу при расчете по ходу прокатки исключаем ту, что относится к обороту под номером m (соответствующую уточненному диаметру D_1). Оставшуюся по 1-му этапу информацию присоединяем к той, что получена на предыдущих (4-м, 3-м и 2-м) этапах при расчете против хода прокатки. Очевидно, что при этом обеспечивается наилучший вариант объединения 1-го этапа со 2-м, так как исключенная информация по 1-му этапу (при расчете по ходу прокатки) полностью совпадает с сохраненной информацией по последнему обороту на 2-м этапе (при расчете против хода прокатки).

Предложенный метод расчета режима деформации, обеспечивающий соответствие параметров кольца и параметров процесса прокатки при объединении 1-го и 2-го этапов, учитывает точные размеры исходной кольцевой заготовки и готового кольца. Это связано с тем, что в качестве исходной информации в расчетах на 1-м этапе (по ходу прокатки) используются размеры исходной кольцевой заготовки, а в расчетах на 4-м, 3-м и 2-м этапах (против хода прокатки) – размеры готового кольца.

Разработанная математическая модель позволяет выполнять расчет основных параметров процесса прокатки кольцевой заготовки, обеспечивающих его рациональный режим. На рис. 5 приведены результаты расчета зависимостей скорости движения валка-оправки, скорости роста наружного

диаметра кольца и толщины кольца от его наружного диаметра. Расчетная зависимость наружного диаметра кольца от времени прокатки показана на рис. 6. Как видно из представленных рисунков, качественный ход расчетных кривых соответствует ходу экспериментальных.

Средние отклонения расчетных величин от экспериментальных по толщине и наружному диаметру кольца не превышают 2 и 1% соответственно, по скорости движения валка-оправки – 12%, по скорости роста наружного диаметра кольца – 21%.

Выводы

Разработанная математическая модель процесса прокатки колец, учитывающая уширение металла в радиальном и осевом очагах деформации, дает возможность на каждом обороте определить радиальное и осевое обжатия, текущие размеры (толщину, высоту, наружный и внутренний диаметры) кольца, скорость роста его диаметра, скорость движения валка-оправки, а также время оборота кольца, общее время прокатки и количество оборотов.

Учтена возможность расчета режима деформации металла при прокатке колец, высота которых равна, больше или меньше высоты исходной кольцевой заготовки. Высота последней является исходной информацией для расчетов. Так как высота заготовки на 1-м этапе задается конструктивно, результаты расчетов могут показать, что на ее основе невозможно прокатать требуемое готовое кольцо. При этом их анализ позволит установить, какую корректировку необходимо выполнять – по увеличению или по уменьшению высоты исходной кольцевой заготовки. Может потребоваться несколько корректировок (в том числе и толщины заготовки), которые в итоге позволят определить ее необходимые размеры.

Проверка ряда расчетных величин путем сопоставления с величинами, соответствующими допустимым по силе и мощности прокатки, скорости роста диаметра кольца, скорости движения валка-оправки, напряжениям в бочке валка-оправки, разнотолщинности кольца (оцениваемой на каждом обороте в очагах вертикальных и наклонных валков соответствующими обжатиями), а также выполнение при этом корректировок радиальных и осевых обжатий обеспечивают получение графиков скоростей роста диаметра кольца V_d и движения валка-оправки, графиков сил прокатки в радиальном и осевом очагах деформации, которые необходимы для реализации рационального режима деформации металла при прокатке кольца.

На основе созданной математической модели разработана компьютерная программа расчета рационального режима деформации металла при прокатке колец, высота которых равна, больше или меньше высоты исходной кольцевой заготовки. Расчетные значения величин толщины кольца и его наружного диаметра, скорости роста наружного диаметра кольца, скорости движения валка-оправки находятся в хорошем согласии с экспериментальными. Это свидетельствует о том, что предложенную компьютерную программу можно использовать на практике для совершенствования технологии прокатки колец.

1. *А.В. Яковченко*, Аналитические методы моделирования нестационарных процессов обработки металлов давлением, Донничермет, Донецк (1997).
2. *А.В. Яковченко*, Металл и литье Украины № 1, 44 (1997).
3. *Н.М. Рябыкин, Ю.В. Процив*, Производство проката № 9, 12 (2005).
4. *Ю.В. Процив*, Производство проката № 3, 25 (2012).
5. *В.Г. Панин*, Заготовительные производства в машиностроении № 9, 37 (2012).
6. *Ф.В. Гречников, Е.В. Арышенский, Э.Д. Беглов*, Известия Самарского научного центра Российской академии наук **8**, 1121 (2006).
7. *В.А. Томило, В.В. Левкович*, Литье и металлургия № 3S (66), 110 (2012).
8. *J. Seitz, G. Schwich, S. Guenther, G. Hirt*, The 12th International Conference on Numerical Methods in Industrial Forming Process (NUMIFORM), 4–7 July 2016, Troyes, France, MATEC Web of Conferences Volume 80 (2016), p. 622.
9. *J. Seitz, V. Jenkouk, G. Hirt*, Production Engineering **7**, 611 (2013).
10. *K.H. Lee, D.C. Ko, D.H. Kim, S.B. Lee, N.M. Sung, B.M. Kim*, Int. J. Precis. Eng. Man. **15**, 503 (2014).
11. *M. Park, C. Lee, J. Lee, I. Lee, B. Kim, K. Lee*, Int. J. Precis. Eng. Man. **17**, 233 (2016).
12. *B. Sun, J. Xu, C. Xing*, Int. J. Adv. Manuf. Technol. **100**, 1993 (2019).
13. *L. Giorleo, E. Ceretti, C. Giardini*, Key Engineering Materials **554–557**, 337 (2013).

A.V. Yakovchenko, S.A. Snitko, V.V. Pilipenko, N.I. Ivleva

MATHEMATICAL MODEL OF THE RING ROLLING PROCESS

A mathematical model of the ring rolling process is developed, which is necessary to determine the rational mode of metal deformation during rolling of rings having a height equal or more or less than the height of the initial ring billet. Taking into account the broadening of the metal in the radial and axial deformation zones, the current radial and axial reducing, the size of the ring, the diameter growth rate, the speed of the movement of the mandrel roll and other parameters are determined.

Keywords: ring rolling mill, mathematical model of the ring rolling process, metal deformation mode, growth rate of the diameter of the ring, speed of movement of the mandrel roll

Fig. 1. Scheme of the radial-axial ring rolling mill: 1 – main drive roll, 2 – mandrel roll, 3 – ring, 4 – axial rolls, 5 – centering rollers, 6 – device for measuring the growth rate of the diameter of the ring

Fig. 2. Window of the input information of the program

Fig. 3. Window of parameter input for calculation of deformation mode

Fig. 4. Scheme of the change in a part of the height of the ring B_{i+1} at the 2nd rolling stage obtained after performing axial reducing of the metal broadening Δb_i in the radial gap: a – at $B_b \geq B_f$, $\Delta b_i = k_r \Delta H_i$; b – at $B_b < B_f$, $\Delta b_i = (k_r \Delta H_i) k_{br}$

Fig. 5. Dependences of the speed of the roll-mandrel V_m (a), the growth rate of the outer diameter of the ring V_d (b) and the thickness of the ring H (c) on the current value of the outer diameter of the ring D : \blacklozenge – experiment, \blacksquare – calculation

Fig. 6. The dependence of the outer diameter of the ring D on the time of the rolling process t : \blacklozenge – experiment, \blacksquare – calculation