

PACS: 81.20.Ny, 83.50.Uv

А.В. Яковченко, С.А. Снитко, В.В. Пилипенко, Н.И. Ивлева

## МЕТОД РАСЧЕТА СИЛЫ В РАДИАЛЬНОМ ОЧАГЕ ДЕФОРМАЦИИ ПРИ ПРОКАТКЕ КОЛЕЦ

Донецкий национальный технический университет

Статья поступила в редакцию 22 июня 2020 года

*Предложена математическая модель процесса прокатки колец, в которой учтено распределение суммарного обжатия металла в радиальном очаге деформации на обжатия, выполняемые главным валком и валком-оправкой. В зависимости от отношения средних контактных давлений металла с каждым из валков определены соответствующие значения длин очагов деформации. Разработаны метод и компьютерная программа расчета силы в радиальном очаге деформации при прокатке колец.*

**Ключевые слова:** суммарное обжатие, частные обжатия, среднее контактное давление, метод и компьютерная программа расчета силы прокатки

### Введение

Кольца являются ответственным видом продукции, к эксплуатационным характеристикам которых предъявляются высокие требования. Поэтому проектирование технологии их производства является важным этапом.

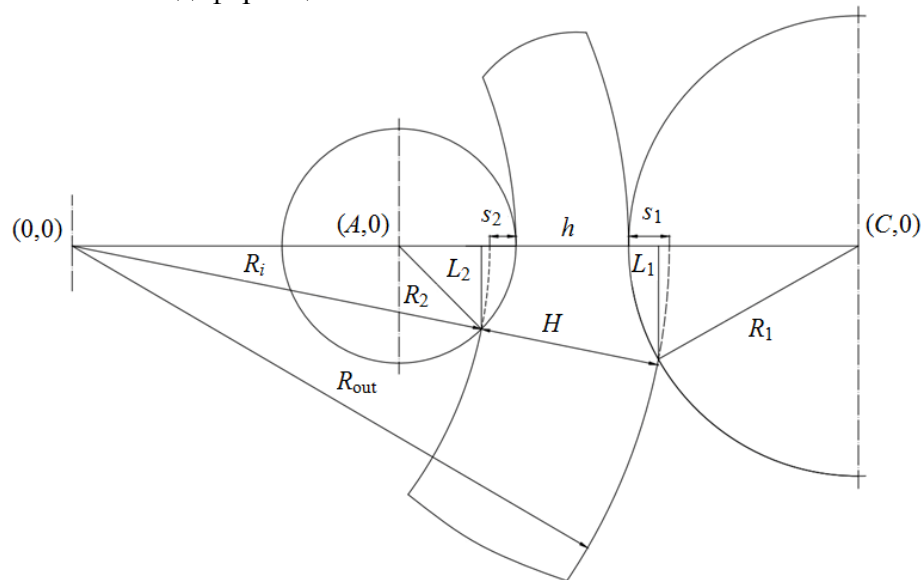
Задача расчета энергосиловых параметров процесса прокатки кольцевых изделий неоднократно затрагивалась в технической литературе [1–5 и др.]. На базе аналитических и численных методов получены решения ряда задач, связанных с расчетами этих параметров. Однако предложенные модели не учитывают взаимозависимость геометрических параметров очагов деформации и средних давлений в зонах контакта металла с главным валком и валком-оправкой. Учет указанной взаимозависимости актуален при определении рациональных режимов прокатки колец.

Цель данной работы – создание математической модели процесса прокатки кольца, ориентированной на расчет силы прокатки в радиальном очаге деформации и учитывающей его геометрические параметры. В соответствии с поставленной целью необходимо решить задачи распределения суммарного обжатия металла вертикальными валками на обжатия, выполненные главным валком и валком-оправкой, а также определения соответствующих значений длин очагов деформации в зависимости от отношения средних давлений в зонах контакта металла с каждым из валков. Кроме того, требуется разработать метод и компьютерную программу расчета силы прокатки в радиальном очаге деформации кольцепрокатного стана.

Метод расчета силы в радиальном очаге деформации

Задача расчета силы прокатки в радиальном очаге деформации металла при прокатке кольца возникает каждый раз после расчета на текущем его обороте радиальных и осевых обжатий, размеров кольца, скорости роста его диаметра, скорости движения валка-оправки и других параметров. При этом имеются в виду суммарные обжатия, которые в радиальном очаге кольцепрокатного стана выполняются главным валком и валком-оправкой.

Для радиального очага деформации (рис. 1) на первом этапе необходимо рассмотреть решение задачи распределения суммарного обжатия металла вертикальными валками на составляющие – обжатия кольца по толщине, выполняемые соответственно главным валком  $s_1$  и валком-оправкой  $s_2$ , а также определить соответствующие значения длин очагов деформации  $L_1$  и  $L_2$  с учетом отношения средних давлений в зонах контакта металла с каждым из валков. На следующем этапе требуется рассмотреть основные положения экспериментально-теоретического метода получения эмпирических формул для коэффициентов напряженного состояния  $n_1, n_2$  и выполнить расчет силы прокатки в радиальном очаге деформации.



**Рис. 1.** Очаг деформации при прокатке кольца в вертикальных валках:  $R_1, R_2$  – радиусы соответственно главного приводного валка и валка-оправки;  $R_i, R_{out}$  – соответственно внутренний и наружный радиусы кольца;  $H, h$  – толщины кольца соответственно на входе в очаг деформации и на выходе из него;  $s_1, s_2$  – обжатия кольца по толщине соответственно главным приводным валком и валком-оправкой;  $L_1, L_2$  – длины очагов деформации в зоне контакта металла соответственно с главным приводным валком и валком-оправкой

Из рис. 1 видно, что

$$s_1 + s_2 = H - h. \tag{1}$$

По известной формуле определим силы прокатки  $P_1, P_2$  в зоне контакта металла соответственно с главным валком и валком-оправкой:

$$P_1 = p_1 F_1, \quad P_2 = p_2 F_2, \quad p_1 = n_1 \sigma, \quad p_2 = n_2 \sigma, \quad (2)$$

где  $p_1, p_2$  – средние давления в зонах контакта металла соответственно с главным валком и валком-оправкой;  $F_1, F_2$  – площади вертикальных проекций соответствующих контактных поверхностей;  $n_1, n_2$  – коэффициенты напряженного состояния в зонах контакта металла соответственно с главным валком и валком-оправкой;  $\sigma$  – напряжение течения металла.

Нами обоснована целесообразность использования для моделирования процессов прокатки колец зависимости для расчета напряжения течения металла  $\sigma(\bar{\varepsilon}, U, T)$ , разработанной на базе теории [6]. Здесь  $\bar{\varepsilon}$  – степень логарифмической деформации,  $U$  – скорость деформации,  $T$  – температура металла:

$$\bar{\varepsilon} = \ln(H/h), \quad U = V[1 - \exp(-\bar{\varepsilon})]/L_r, \quad V = (V_{\text{out}} + V_i)/2, \quad (3)$$

где  $L_r$  – средняя длина радиального очага деформации;  $V$  – средняя линейная скорость вращения кольца;  $V_{\text{out}}, V_i$  – линейные скорости вращения кольца, соответствующие радиусам  $R_{\text{out}}$  и  $R_i$ .

Коэффициенты  $n_1, n_2$  будут определены ниже (на базе экспериментальной информации [7]) как эмпирические уравнения, которые зависят от ряда факторов, в том числе и от средней длины  $L_r$  очага деформации.

Очевидно, что сила прокатки в радиальном очаге деформации металла  $P = P_1 = P_2$ . Из этого условия получим коэффициент  $q_r$ , равный отношению соответствующих величин:

$$q_r = \frac{F_1}{F_2} = \frac{p_2}{p_1}, \quad F_1 = b_{\text{av}} L_1, \quad F_2 = b_{\text{av}} L_2, \quad q_r = \frac{L_1}{L_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (4)$$

где  $b_{\text{av}}$  – средняя высота кольца в радиальном очаге деформации.

Найдем формулы для определения величин  $L_1$  и  $L_2$ . Вначале найдем среднюю длину радиального очага деформации:

$$L_r = \frac{L_1 + L_2}{2}. \quad (5)$$

Запишем уравнения для окружности радиуса  $R_i$  с центром в точке  $(0,0)$  и окружности радиуса  $R_2$  с центром в точке  $(A,0)$  (рис. 1), где  $A = R_i - R_2 + s_2$ :

$$x^2 + y^2 = R_i^2, \quad (6)$$

$$(x - A)^2 + y^2 = R_2^2. \quad (7)$$

Координаты точек пересечения этих окружностей получаются путем совместного решения их уравнений. Выполним тождественное преобразование системы двух уравнений (6) и (7), заменив второе из них разностью этих уравнений:

$$x^2 + y^2 = R_i^2, \quad (8)$$

$$2xA - A^2 = R_i^2 - R_2^2. \quad (9)$$

Из уравнения (9) находим

$$x = \frac{R_i^2 - R_2^2 + A^2}{2A}. \quad (10)$$

Подставив (10) в (8), получим

$$y_{1,2} = \pm \sqrt{R_i^2 - \left( \frac{R_i^2 - R_2^2 + A^2}{2A} \right)^2}. \quad (11)$$

В соответствии с рис. 1 выбираем корень  $y_2$ . Учитывая, что  $L_2 = 0 - y_2$ , определяем

$$L_2 = \sqrt{R_i^2 - \left( \frac{R_i^2 - R_2^2 + A^2}{2A} \right)^2}. \quad (12)$$

Аналогично запишем уравнения для окружности радиуса  $R_{out}$  с центром в точке  $(0,0)$  и окружности радиуса  $R_1$  с центром в точке  $(C,0)$ , где  $C = R_{out} + R_1 - s_1$ :

$$x^2 + y^2 = R_{out}^2, \quad (13)$$

$$(x - C)^2 + y^2 = R_1^2. \quad (14)$$

Выполним тождественное преобразование системы двух уравнений (13) и (14), заменив второе из них разностью этих уравнений:

$$x^2 + y^2 = R_{out}^2, \quad (15)$$

$$2xC - C^2 = R_{out}^2 - R_1^2. \quad (16)$$

Из уравнения (16) находим

$$x = \frac{R_{out}^2 - R_1^2 + C^2}{2C}. \quad (17)$$

Подставив (17) в (13), получим

$$y_{1,2} = \pm \sqrt{R_{out}^2 - \left( \frac{R_{out}^2 - R_1^2 + C^2}{2C} \right)^2}. \quad (18)$$

В соответствии с рис. 1 выбираем корень  $y_2$ . Учитывая, что  $L_1 = 0 - y_2$ , получаем

$$L_1 = \sqrt{R_{\text{out}}^2 - \left( \frac{R_{\text{out}}^2 - R_1^2 + C^2}{2C} \right)^2}. \quad (19)$$

Найдем формулы для определения величин  $s_1$  и  $s_2$ . Используя соотношение (4) с учетом найденных выражений для  $L_1$  и  $L_2$ , получаем

$$\frac{\sqrt{R_{\text{out}}^2 - \left( \frac{R_{\text{out}}^2 - R_1^2 + C^2}{2C} \right)^2}}{\sqrt{R_i^2 - \left( \frac{R_i^2 - R_2^2 + A^2}{2A} \right)^2}} = q_r. \quad (20)$$

С учетом уравнения (1) представим  $C$  в виде

$$C = R_{\text{out}} + R_1 - s_1 = R_{\text{out}} + R_1 - H + h + s_2. \quad (21)$$

Подставим (21) в уравнение (20) и определим величину  $s_2$ , например, применив метод половинного деления. Затем из уравнения (1) находим  $s_1$ . Теперь, зная  $s_1$  и  $s_2$ , можно определить величины  $L_1$  и  $L_2$  по формулам (19) и (12). При этом на первом этапе коэффициент  $q_r$  задаем равным, например, единице и выполняем расчеты длин очага деформации  $L_1$  и  $L_2$  по указанному выше методу. Далее на базе соответствующих эмпирических уравнений находим коэффициенты  $n_1$ ,  $n_2$ , которые, в свою очередь, зависят от полученного значения  $L_r$ . Используя уравнение (4), определяем коэффициент  $q_r$  как отношение  $n_2 / n_1$ . Если коэффициент  $q_r$  действительно равен единице, то расчеты на этом завершаются, если же он отличен от единицы, то уже это значение  $q_r$  используем для повторного расчета длин очага деформации  $L_1, L_2, L_r$ .

Итерационный цикл завершается после того, как в двух поочередно выполненных расчетах определено отклонение коэффициента  $q_r$ , которое меньше наперед заданного числа. Соответственно в дальнейшем используем величины  $L_1$  и  $L_2$ , которые найдены на базе коэффициента  $q_r$ , полученного на последнем шаге итерационных расчетов.

Рассмотрим экспериментально-теоретический метод получения эмпирических уравнений для расчета коэффициента  $q_r$  и коэффициентов напряженного состояния  $n_1, n_2$ .

Коэффициенты  $q_r, n_1, n_2$  определим в зависимости от следующих трех факторов: степени логарифмической деформации  $x_1$ , показателей формы очага деформации  $x_2$  и формы радиального сечения кольца  $x_3$ :

$$x_1 = \bar{\epsilon} = \ln \frac{H}{h}, \quad x_2 = \frac{L_r}{h_{\text{av}}}, \quad x_3 = \frac{b_{\text{av}}}{h_{\text{av}}}, \quad h_{\text{av}} = \frac{(H+h)}{2}, \quad b_{\text{av}} = \frac{(B+b)}{2}. \quad (22)$$

Для коэффициентов  $q_r, n_1, n_2$  выбран следующий вид эмпирического уравнения:

$$Y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_1^2 + a_5x_2^2 + a_6x_3^2 + a_7x_1x_2 + \\ + a_8x_1x_3 + a_9x_2x_3 + a_{10}x_1x_2x_3, \quad (23)$$

где  $Y = q_r, n_1, n_2$ .

По геометрическим параметрам кольца [7] на каждом его обороте и по соответствующим значениям сил прокатки в радиальном очаге деформации установлены диапазоны изменения факторов:

$$0.006 \leq \ln\left(\frac{H}{h}\right) \leq 0.07, \quad 0.20 \leq \frac{L_r}{h_{av}} \leq 0.55, \quad 2 \leq \frac{b_{av}}{h_{av}} \leq 10. \quad (24)$$

Предложенный метод предусматривает конечно-элементное моделирование процесса прокатки, для которого имеется указанная выше экспериментальная информация. На следующем этапе выполняем проверку адекватности полученных результатов по отношению ко всей экспериментальной информации. Затем, используя результаты конечно-элементного моделирования, дополнительно измеряем значения  $L_1$  и  $L_2$ , а также массив коэффициента  $q_r = L_1 / L_2$  (для соответствующих сочетаний значений факторов).

Массивы коэффициентов  $n_1, n_2$  определяем по силам прокатки, применяем формулы, которые следуют из (2):

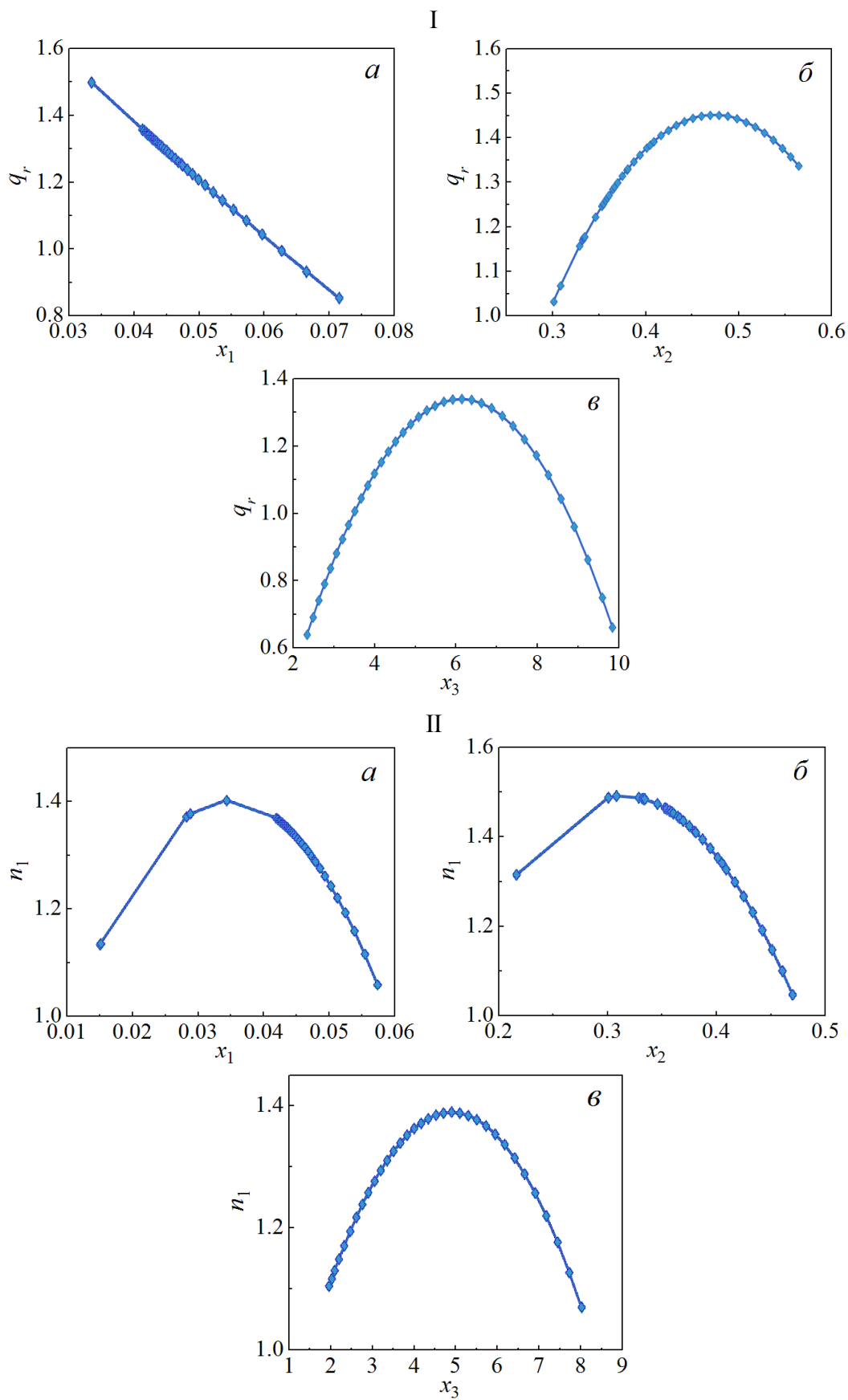
$$n_1 = \frac{P}{\sigma b_{av} L_1}, \quad n_2 = \frac{P}{\sigma b_{av} L_2}. \quad (25)$$

С использованием массивов коэффициентов  $q_r, n_1, n_2$  и указанных выше факторов  $\ln(H/h), L_r/h_{av}, b_{av}/h_{av}$  на базе метода наименьших квадратов найдены константы уравнения (23), которые представлены в таблице.

Графические зависимости коэффициентов  $q_r, n_1, n_2$  от факторов  $\ln(H/h), L_r/h_{av}, b_{av}/h_{av}$  показаны на рис. 2.

Для эмпирических уравнений (23) получены следующие оценки. По коэффициенту  $q_r$  коэффициент корреляции  $R = 0.99$ , средняя относительная ошибка аппроксимации  $\bar{\Sigma} = 0.5\%$ ; по коэффициенту  $n_1$  величина  $R = 0.99$ ,  $\bar{\Sigma} = 2.6\%$ ; по коэффициенту  $n_2$  величина  $R = 0.94$ ,  $\bar{\Sigma} = 3.2\%$ .

Расчеты силы прокатки в радиальном очаге деформации выполняем в следующей последовательности. Вначале на базе уравнения (20) определяем обжатие кольца по толщине валком-оправкой  $s_2$ . Из уравнения (1) находим обжатие кольца по толщине главным валком  $s_1$ . Зная  $s_1$  и  $s_2$ , по формулам (19) и (12) определяем значения  $L_1, L_2$ , а по формуле (5) –  $L_r$ . Затем выполняем расчет значений факторов (22). По уравнениям (23) с учетом констант (см. таблицу) находим значения коэффициентов напряженного состояния  $n_1, n_2$ . После расчета напряжения течения металла  $\sigma(\bar{\epsilon}, U, T)$  по известной формуле [6] определяем силу прокатки  $P = P_1 = P_2$  по зависимости (2).



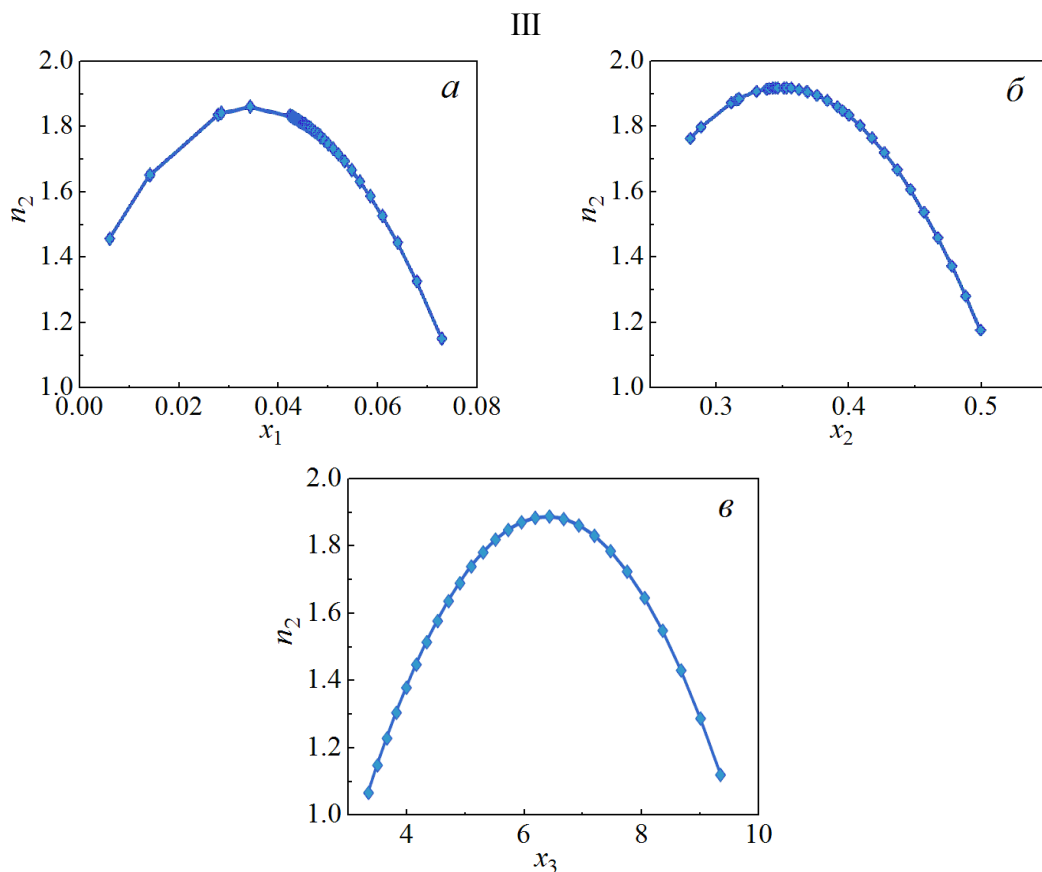


Рис. 2. Зависимости коэффициентов  $q_r$  (I),  $n_1$  (II),  $n_2$  (III) от факторов:  $a - x_1 = \ln(H/h)$ ;  $б - x_2 = L_r/h_{av}$ ;  $в - x_3 = b_{av}/h_{av}$

Таблица

Константы уравнений (23) для расчета коэффициентов  $q_r$ ,  $n_1$ ,  $n_2$

Константы	$q_r$	$n_1$	$n_2$
$a_0$	-1.243841	8.006874	4.102709
$a_1$	18.047960	-51.764559	-33.906231
$a_2$	5.996715	-18.395282	-5.446713
$a_3$	0.654170	-0.355597	0.432239
$a_4$	31.539520	-601.927375	-519.117564
$a_5$	-14.056375	-18.468431	-43.514798
$a_6$	-0.051016	-0.035902	-0.089327
$a_7$	-14.248548	368.055954	342.297560
$a_8$	-13.758011	-7.611199	-20.792666
$a_9$	0.467561	2.670965	2.892598
$a_{10}$	20.983950	-3.577815	23.817146



На основе разработанной математической модели процесса прокатки и предложенного метода создана компьютерная программа и выполнен расчет сил в радиальном очаге деформации при прокатке кольца, размеры которого указаны в окне на рис. 3.

Кольцевая заготовка															
		Толщина, мм	105.101	Высота, мм	200.000	Внутр. диаметр, мм		162.500							
Готовое кольцо															
		Толщина, мм	18.600	Высота, мм	200.000	Наружн. диаметр, мм								1530.700	
Результаты расчета сил прокатки в радиальном очаге деформации															
N об.	t, c	qr	n1	n2	L1, мм	L2, мм	F1, мм2	F2, мм2	sig, МПа	p1, МПа	p2, МПа	P, МН			
1	0.976	0.599	1.929	1.155	25.904	43.276	5202.702	8691.853	44.787	86.406	51.720	0.450			
4	3.962	0.692	1.831	1.267	26.450	38.217	5396.176	7796.798	58.479	107.067	74.101	0.578			
7	7.160	0.821	1.561	1.281	25.849	31.493	5285.315	6439.507	68.874	107.531	88.258	0.568			
10	10.727	0.899	1.666	1.498	22.295	24.789	4546.413	5055.019	68.598	114.288	102.789	0.520			
13	14.707	0.973	1.661	1.616	20.336	20.900	4136.927	4251.670	69.211	114.981	111.878	0.476			
16	19.148	1.054	1.594	1.680	19.149	18.169	3886.306	3687.327	70.435	112.303	118.363	0.436			
19	24.103	1.145	1.493	1.709	18.388	16.063	3723.235	3252.413	72.160	107.741	123.338	0.401			
22	29.631	1.245	1.376	1.713	17.863	14.353	3609.767	2899.487	74.362	102.330	127.397	0.369			
25	35.799	1.350	1.259	1.700	17.460	12.932	3519.432	2606.585	77.066	97.018	130.994	0.341			
28	42.680	1.449	1.156	1.675	17.045	11.759	3428.497	2365.318	80.341	92.865	134.607	0.318			
31	50.358	1.523	1.081	1.647	16.501	10.834	3312.837	2175.130	84.299	91.147	138.822	0.302			
34	58.925	1.546	1.047	1.619	15.712	10.165	3149.254	2037.510	89.100	93.332	144.257	0.294			
37	68.483	1.499	1.061	1.590	14.586	9.733	2920.362	1948.625	94.976	100.741	150.978	0.294			
40	79.147	1.397	1.248	1.743	7.686	5.504	1537.598	1100.959	82.854	103.407	144.418	0.159			
43	90.476	1.353	1.130	1.530	7.397	5.466	1479.786	1093.420	85.617	96.770	130.964	0.143			
45	98.264	1.309	1.046	1.369	7.153	5.465	1430.973	1093.200	87.629	91.633	119.944	0.131			
46	102.230	1.153	1.053	1.213	4.277	3.710	855.393	741.965	78.797	82.939	95.617	0.071			
47	106.216	1.138	1.018	1.158	4.226	3.714	845.275	742.838	79.253	80.654	91.775	0.068			

Рис. 3. Результаты расчета силы прокатки в радиальном очаге деформации. Здесь коэффициент  $q_r$ , обозначен как qr, а величина напряжения течения металла  $\sigma$  – как sig

Представленная информация позволяет сделать вывод о том, что расчетные значения величин удовлетворяют формулам (2), (4), (25). На рис. 4 показаны расчетные и экспериментальные [7] графические зависимости силы прокатки кольца в радиальном очаге деформации от текущих значений его наружного диаметра.

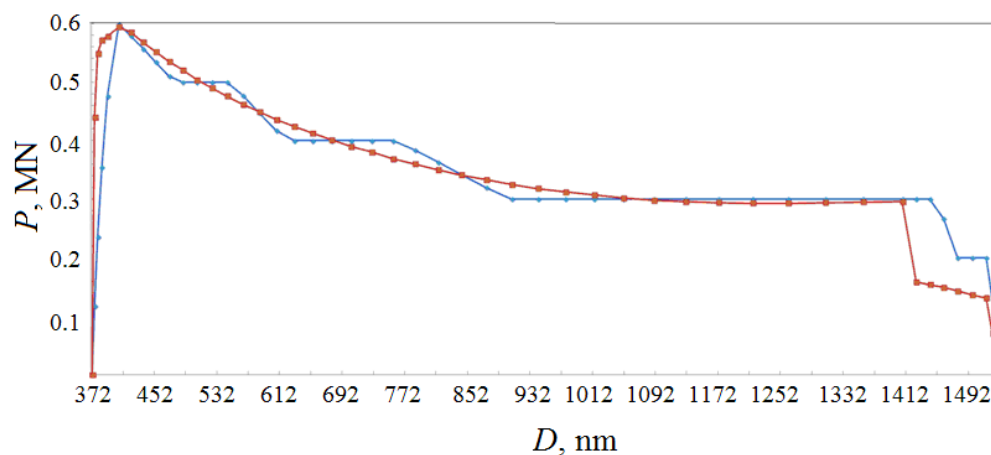


Рис. 4. Зависимость силы прокатки  $P$  в радиальном очаге деформации от текущих значений наружного диаметра кольца  $D$ : — ромб — эксперимент, — квадрат — расчет

Среднее относительное отклонение расчетных величин сил прокатки (при указанных на горизонтальной оси значениях наружных диаметров) от экспериментальных не превышает 6.5%. Аналогичное отклонение на основном этапе прокатки (при изменении наружного диаметра кольца от 390 до 1400 mm) не превышает 4.5%.

### Выводы

Предлагаемая математическая модель процесса прокатки колец позволяет рассчитывать распределение величины суммарного обжатия на частные обжатия, выполняемые главным валком и валком-оправкой, а также длины очагов деформации на каждом валке. Расчет длин очагов деформации осуществляется с учетом средних контактных давлений металла на валки.

С помощью экспериментально-теоретического метода получения эмпирических уравнений можно определять константы уравнений расчета коэффициентов напряженного состояния, необходимых для расчета силы прокатки в радиальном очаге деформации.

Предлагаемая математическая модель процесса прокатки колец и метод позволили разработать компьютерную программу расчета силы в радиальном очаге деформации кольцепрокатного стана. Расчетная и экспериментальная кривые зависимости силы прокатки от наружного диаметра кольца находятся в хорошем согласии, что свидетельствует о возможности использования на практике предложенного метода и разработанной компьютерной программы.

1. *N. Kim, H. Kim, K. Jin*, Int. J. Precis. Eng. Man. **13**, 1821 (2012).
2. *L. Guo, H. Yang*, in: Numerical Analysis – Theory and Application, J. Awrejcewicz (Ed.), InTech (2011), Ch. 17, pp. 373–394.
3. *A. Parvizi, K. Abrinia*, Int. J. Mech. Sci. **79**, 176 (2014).
4. *W. Meng, F. Wang, Ya. Guan*, Math. Probl. Eng. **2017**, ID 4218289 (2017).
5. *W. Meng, G. Zhao, Ya. Guan*, Sci. World J. **2014**, 235656 (2014).
6. *В.С. Солод, Я.Е. Бейгельзимер, Р.Ю. Кулагин*, Металл и литье Украины № 7–8, 52 (2006).
7. *А.В. Яковченко*, Металл и литье Украины № 1, 44 (1997).

*A.V. Yakovchenko, S.A. Snitko, V.V. Pilipenko, N.I. Ivleva*

### METHOD FOR CALCULATING OF THE FORCE IN THE RADIAL DEFORMATION ZONE DURING ROLLING OF RINGS



A mathematical model of the ring rolling process, which takes into account the distribution of the total metal reduction in the radial deformation zone for reductions performed by the main roll and the mandrel roll, is proposed. Depending on the ratio of the average contact pressure of the metal with every roll, the related values of the lengths of the deformation zones are determined. A method and a computer program for calculating of the force in a radial deformation zone during rolling of rings are developed.

**Keywords:** total reduction, partial reduction, average contact pressure, method and computer program for calculating of the rolling force

**Fig. 1.** The deformation zone during rolling of the ring in vertical rolls:  $R_1, R_2$  – radius of the main drive roll and the mandrel roll, respectively;  $R_i, R_{out}$  – inner and outer radius of the ring, respectively;  $H, h$  – thickness of the ring at the entrance and at the outlet of the deformation zone;  $s_1, s_2$  – ring thickness reduction by the main drive roll and by the mandrel roll;  $L_1, L_2$  – length of the deformation zone in the zone of metal contact with the main drive roll and with the mandrel roll

**Fig. 2.** The dependence of the coefficients  $q_r$  (I),  $n_1$  (II),  $n_2$  (III) on the factors:  $a - x_1 = \ln(H/h)$ ;  $b - x_2 = L_r/h_{av}$ ;  $c - x_3 = b_{av}/h_{av}$

**Fig. 3.** The results of calculating the rolling force in the radial deformation zone. Coefficient  $q_r$  is marked as qp, and the metal flow stress  $\sigma$  is named sig

**Fig. 4.** The dependence of the rolling force  $P$  in the radial deformation zone on the current values of the outer diameter of the ring  $D$ :  – experiment,  – calculation