

PACS: 42.70.Qs, 73.21.Cd, 78.67.Pt, 71.36.+c

М.К. Галинский¹, В.В. Румянцев¹, С.А. Федоров¹, А.Г. Петренко²

КОНДЕНСАЦИЯ БОЗЕ–ЭЙНШТЕЙНА ФОТОНОВ И ПОЛЯРИТОНОВ

¹Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина

²Донецкий национальный университет

Статья поступила в редакцию 11 октября 2019 года

Представлен краткий обзор истории открытия статистики Бозе–Эйнштейна. Основное внимание сконцентрировано на одном из современных направлений исследований – формировании фотонного и поляритонного конденсатов Бозе–Эйнштейна (БЭК), которые имеют перспективы применения, в частности, в информационных технологиях. Упомянуты также работы, направленные на исследования групповой скорости распространения электромагнитного возбуждения в различных оптических пучках, поскольку данная тематика непосредственно связана с задачей получения БЭК соответствующих квазичастиц.

Ключевые слова: конденсат Бозе–Эйнштейна, статистика Бозе–Эйнштейна, фотон, поляритон, групповая скорость распространения электромагнитного возбуждения

Введение

Использование статистики Бозе–Эйнштейна в нынешнее время весьма актуально в связи с открытием пятого агрегатного состояния вещества, представляющего собой конденсат Бозе–Эйнштейна – наличие в системе с большим числом тождественных бозонов частиц в состоянии с минимумом энергии. Условно БЭК можно разделить на конденсат реальных частиц (таких, как атомы) и конденсат квазичастиц (экситоны, поляритоны, магноны и т.д.). В рамках модели БЭК были объяснены явления сверхпроводимости и сверхтекучести, а также конденсации некоторых химических элементов [1]. Исследования явления БЭК экситонов, поляритонов и фотонов достаточно актуальны, поскольку они открывают пути их практического использования, например, в лазерных и информационных технологиях, фотонных интегральных схемах. На основе поляритонного конденсата возможно создание поляритонного лазера, обладающего более узкой линией излучения, чем у обычного лазера, что имеет перспективы применения в оптических линиях связи [2]. Типичным примером использования БЭК в настоящее время можно назвать создание энергосетей на основе сверхпроводников. Как известно, часть электрической проводки большого адронного коллайдера выполнена именно из сверхпроводников [3].

Целью написания данной статьи является краткий обзор истории открытия статистики Бозе–Эйнштейна и изучения БЭК, описание некоторых перспективных направлений дальнейших исследований в области БЭК.

1. Из истории открытия статистики Бозе–Эйнштейна и БЭК

Идея создания статистики Бозе–Эйнштейна берет свое начало с лекции Сатъендра Нат Бозе [4], прочитанной в университете Дакки (Бангладеш). Цель этого сообщения состояла в том, чтобы показать невозможность описания результатов экспериментов, связанных с тепловым излучением тел, в рамках классической теории (ультрафиолетовая катастрофа). При этом в расчетах была допущена ошибка, в результате которой ответ лектора совпал с экспериментом. Возникло подозрение, что это была вовсе не ошибка. Работая со своей «ошибкой», Бозе создал статистику для фотонов и вывел формулу Планка, которая ранее была получена эмпирически. При попытке опубликовать свою работу, он получил отказ. Кроме того, рецензенты утверждали, что работа ошибочная. Обескураженный Бозе написал письмо Альберту Эйнштейну, чьи работы, например общую теорию относительности, он перевел с немецкого языка на английский. Прочитав работу Бозе, Эйнштейн согласился с его выводами, сам перевел его статью на немецкий язык и отправил в журнал *Zeitschrift für Physik*. В 1924 г. статья была опубликована вместе с комментарием Эйнштейна, в котором он писал, что приведенные расчеты могут быть применены не только для фотонов, но и для атомов, чему он планирует посвятить отдельную работу [5].

Связь БЭК с одноименной статистикой покажем следующим образом: распределение Бозе–Эйнштейна можно записать в виде

$$\bar{n}_i = \frac{1}{\exp\left[\frac{E_i - \mu}{k_B T}\right] - 1}, \quad (1)$$

где \bar{n}_i – средняя по времени концентрация тождественных бозонов в i -м состоянии, E_i – энергия бозона в i -м состоянии, μ – химический потенциал, k_B – постоянная Больцмана, T – температура.

Как хорошо известно, в квантовой механике энергия частиц часто может принимать только дискретный набор значений, поэтому здесь они пронумерованы, а номер обозначен индексом i . В том случае, если дискретности нет, этот индекс не имеет смысла, и его можно опустить. Уравнение (1) и есть распределение Бозе–Эйнштейна [6]. Оно применимо только к частицам с целочисленным спином (бозонам). Для частиц же с полуцелым спином (фермионов) применимо распределение Ферми–Дирака, не позволяющее им «оседать» и образовать БЭК.

Для идеального газа тождественных бозонов с квадратичным законом дисперсии распределение Бозе–Эйнштейна может быть записано в виде

$$\bar{n} = \frac{1}{\exp\left[\frac{p^2 - \mu}{2mk_B T}\right] - 1}, \quad (2)$$

где p – импульс частицы, m – ее масса. БЭК наблюдается при нулевом химическом потенциале:

$$\bar{n} = \frac{1}{\exp\left[\frac{p^2}{2mk_B T}\right] - 1}. \quad (3)$$

Последнее выполнимо, например, для атомов, которые можно рассматривать как бозоны (как гелий-4, спин которого в невозбужденном состоянии равен нулю).

Проинтегрировав выражение (3) по фазовому пространству, получим

$$N = \frac{V}{h^3} \int \frac{1}{\exp\left[\frac{p^2}{2mk_B T}\right] - 1} d^3 p = \frac{V}{h^3} 4\pi\sqrt{2}(mk_B T)^{3/2} \int_0^\infty \frac{\sqrt{x} dx}{\exp[x] - 1} = \frac{V}{h^3} (2\pi mk_B T)^{3/2} \zeta\left(\frac{3}{2}\right), \quad (4)$$

где N – полное число бозонов в системе, имеющей объем V , h – постоянная Планка, $\zeta\left(\frac{3}{2}\right)$ – дзета-функция Римана.

Благодаря тому, что Эйнштейн применил уравнения Бозе к атомам, начался поиск возможности конденсации различных частиц. Поиск этот привел к появлению БЭК атомов рубидия и других элементов [1,7,8]. Через некоторое время был обнаружен конденсат фотонов [9].

Самый первый неатомарный БЭК был получен в 1911 г., когда Хейке Камерлинг-Оннес установил, что при температуре 4.15 К ртуть обладает нулевым электрическим сопротивлением. Это был БЭК частиц, состоящих из пар электронов (куперовских пар) [10].

В то время, когда была открыта сверхпроводимость, еще не было известно, что это явление связано с БЭК. Даже одноименная статистика тогда не была получена. Когда стало известно, что теоретически возможно существование БЭК, Фриц Лондон в 1938 г. выдвинул предположение, что явления сверхтекучести и сверхпроводимости объясняются именно этой конденсацией [11].

В 1956 г. Джон Бардин, Леон Купер и Джон Шриффер выдвинули теорию, названную впоследствии теорией БКШ. В ее рамках описывалось формирование пар электронов (позднее названных куперовскими парами). Эти пары обладали нулевым спином и по сути своей являлись бозонами. Конденсация таких бозонов и рассматривалась в качестве причины возникновения сверхпроводимости [12]. То есть сверхпроводимостью по сути можно назвать

сверхтекучесть куперовских пар, являющихся носителями заряда в сверхпроводнике. За свои исследования в области сверхпроводимости Бардин, Купер и Шриффер были удостоены Нобелевской премии по физике 1972 г.

В 1995 г. Эриком Корнеллом и Карлом Вименом был получен БЭК из атомов рубидия, которые были охлаждены до температуры 20 нК [7]. Приблизительно в то же время Вольфгангу Кеттерле удалось получить БЭК из атомов натрия [8]. При этом авторы [7,8] использовали лазерное охлаждение.

Э. Корнелл, К. Вимен и В. Кеттерле в 2001 г. были удостоены Нобелевской премии по физике «за достижение бозе-эйнштейновской конденсации в разреженных газах атомов щелочных металлов и за ранние фундаментальные исследования свойств конденсатов» [7,8].

В 1999 г. был проведен эксперимент, в результате которого наблюдалось снижение скорости света в БЭК атомов натрия. Исследование велось в температурном диапазоне от 50 нК до 2.5 мК. Полученная минимальная скорость распространения импульса составляла приблизительно 17 м/с [13].

Таким образом, было установлено, что БЭК является причиной сверхтекучести и сверхпроводимости, построена теория сверхпроводимости БКШ, обнаружены БЭК различных химических элементов и фотонов, экспериментально получена сверхтекучая поляритонная жидкость.

2. БЭК фотонов

Экспериментально БЭК фотонов был получен в 2010 г. [9,14]. Группа ученых из университета Бонна использовала микрорезонатор, наполненный молекулами красителя. Благодаря рассеянию фотонов на этих молекулах, их постоянному поглощению и переизлучению, фотоны могли изменять свою энергию, не изменяя в среднем по времени своего количества. Это обеспечивается благодаря тепловому движению молекул красителя. Фотоны способны при поглощении-переизлучении либо «взять» часть энергии теплового движения молекул красителя, либо «передать» им часть своей энергии и, следовательно, изменить свою частоту. При этом в резонаторе могут существовать не все фотоны, а только те, которые формируют способную резонировать в нем волну (мода резонатора). Таким образом была выделена необходимая мода с минимальной энергией фотонов – энергией конденсации.

Принципиальная схема экспериментальной установки для получения фотонного БЭК приведена на рис. 1 [9,14]. Поскольку зеркала микрорезонатора частично прозрачны, а оптические моды могут быть локальными, исследователям удалось получить фотографии, свидетельствующие о наличии фотонного БЭК [9]. Стоит, однако, заметить, что конденсат обнаружен при нулевом волновом векторе, т.е. сконденсированный свет находится в состоянии стоячей волны. Кроме того, в работе [9] идет речь о двумерном фотонном газе, а следовательно, в одном из направлений движение фотонов ограничено.

Другими словами, сложность заключается в том, что фотонный газ обычно обладает исчезающим химическим потенциалом, т.е. нельзя изменить

энергию фотонного газа, не изменив количество фотонов. Данная проблема была решена с помощью процесса термализации, при котором фотоны поглощаются и переизлучаются молекулами красителя и обмениваются энергией (фотоны и молекулы красителя находятся в тепловом равновесии) [9].

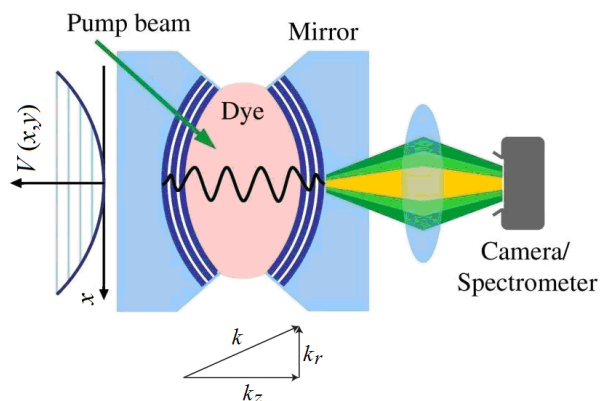


Рис. 1. Схема экспериментальной установки для получения фотонного БЭК [9,14]. $V(x,y)$ – потенциал захвата двумерного фотонного газа изогнутыми зеркалами

В 2014 г. швейцарский ученый Алексей Крючков опубликовал работу по получению фотонного БЭК из трехмерного фотонного газа [15], что долгое время считалось невозможным. Причиной этого, помимо исчезающего химического потенциала, был закон дисперсии фотонов. Из вышеприведенного следует, что после подстановки линейного ($E = \hbar ck$) закона дисперсии вместо квадратичного интеграл по фазовому пространству станет расходящимся. Для получения такого конденсата понадобится бесконечная концентрация фотонов.

Однако, как показано в работе Клаэrsa и его коллег [9], закон дисперсии двумерного фотонного газа не является линейным, а имеет квадратичную компоненту, что позволяет получить конденсат при конечной концентрации фотонов. Схематическое изображение радиального среза примененного ими резонатора показано на рис. 1 [9,14].

Ниже описан способ получения закона дисперсии для фотонов в резонаторе (рис. 2), использованный в работе [9].

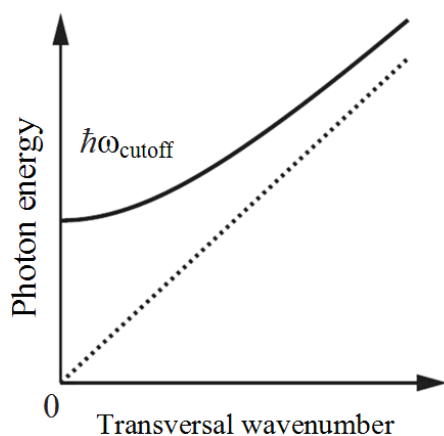


Рис. 2. Законы дисперсии для свободного фотона (пунктирная линия) и для фотонов вблизи середины резонатора (сплошная линия) с фиксированным номером продольной моды ($q = 7$) [9]

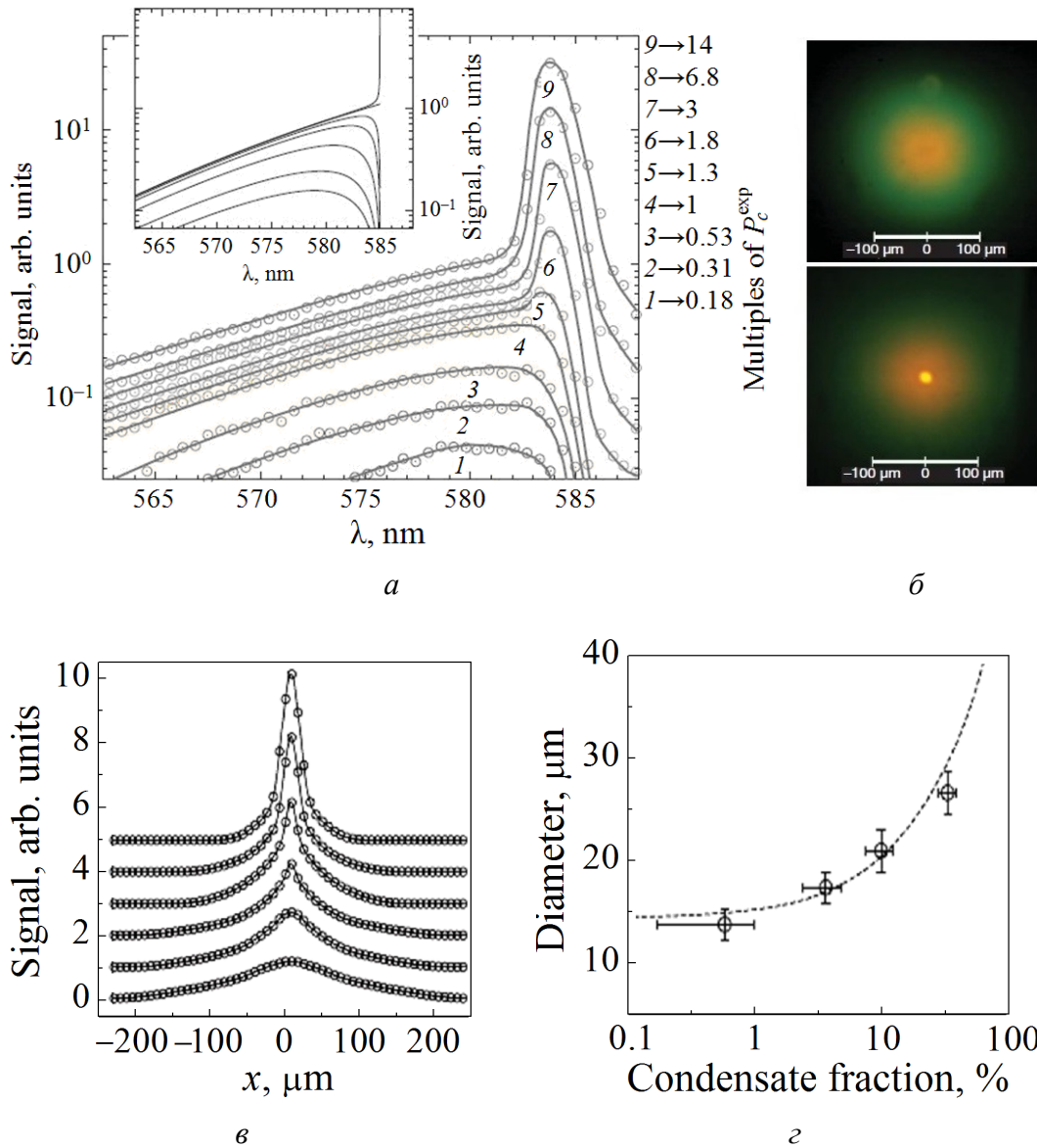


Рис. 3. Спектры и радиальные распределения интенсивности излучения, проходящего через зеркало резонатора [9] (описание рисунка дано в тексте)

Расстояние между зеркалами как функция радиальной координаты имеет следующий вид:

$$D(r) = D_0 - 2 \left(R - \sqrt{R^2 - r^2} \right), \quad (5)$$

где R – кривизна поверхности зеркал.

Волновой вектор можно рассматривать как сумму радиальной k_r и продольной k_z векторных компонент. Тогда закон дисперсии в параосиальном приближении $k_z \gg k_r$ имеет вид $E = \hbar c \sqrt{k_z^2 + k_r^2} \cong \hbar c \left(k_z + \frac{k_r^2}{2k_z} \right)$ (где c – ско-

рость света в среде). При этом $k_z(r) = \frac{\pi q}{D(r)}$. В случае фиксированной моды q и $r \ll R$ закон дисперсии принимает вид

$$E \cong m_{\text{ph}}c^2 + \frac{(\hbar k_r)^2}{2m_{\text{ph}}} + \frac{1}{2}m_{\text{ph}}\Omega^2 r^2, \quad (6)$$

где $m_{\text{ph}} = \frac{\hbar k_z(0)}{c} = \frac{\hbar \omega_{\text{cutoff}}}{c^2}$ – эффективная масса фотона, $\Omega = c \sqrt{\frac{2}{D_0 R}}$.

Свидетельствами наличия БЭК стали данные, приведенные на рис. 3 [9], на котором показано:

a – спектры излучения, зафиксированные спектрометром (кривые 1–9) в зависимости от мощности пучка накачки ($P_c^{\text{exp}} = 1.55 \pm 0.6$ W). Ширина пика, соответствующего конденсату, ограничена разрешением спектрометра. На вставке показаны аналогичные графики, полученные теоретически. Мощность сигнала приведена в безразмерных единицах;

b – изображения распределения излучения, проходящего через зеркало резонатора при концентрации фотонов ниже (верхнее изображение) и выше (нижнее изображение) критической. Ярко выраженное пятно указывает на локализацию фотонов в очень узком диапазоне энергий (из-за кривизны зеркал резонатора);

в – радиальные распределения интенсивности сигнала, проходящего через зеркало резонатора при различных мощностях накачки;

г – зависимости диаметра конденсатного пика от доли частиц, находящихся в состоянии конденсата, полученные экспериментально (показаны точками замеров, отмечены области погрешности) и теоретически (пунктирная линия) – результат решения уравнения Гросса–Питаевского [9].

Графики также иллюстрируют соответствие ширины пятна конденсата, замеренной экспериментально, предсказываемому теоретически решению уравнения Гросса–Питаевского. Выполненное авторами [9] исследование свидетельствует о том, что теоретические предсказания относительно фотонного БЭК и экспериментальные данные согласуются с высокой точностью. В этой работе наглядно представлены качественное и количественное изменения радиального распределения интенсивности излучения, проходящего через зеркало резонатора, при концентрации фотонов ниже критической, когда конденсат еще не формируется, и выше критической, когда конденсат сформирован.

3. БЭК поляритонов

В 2017 г. была получена двумерная сверхтекучая поляритонная жидкость, при движении которой не наблюдается «трение» [16]. В эксперименте, представленном в этой работе, использовалась 2D-система, состоявшая из двух

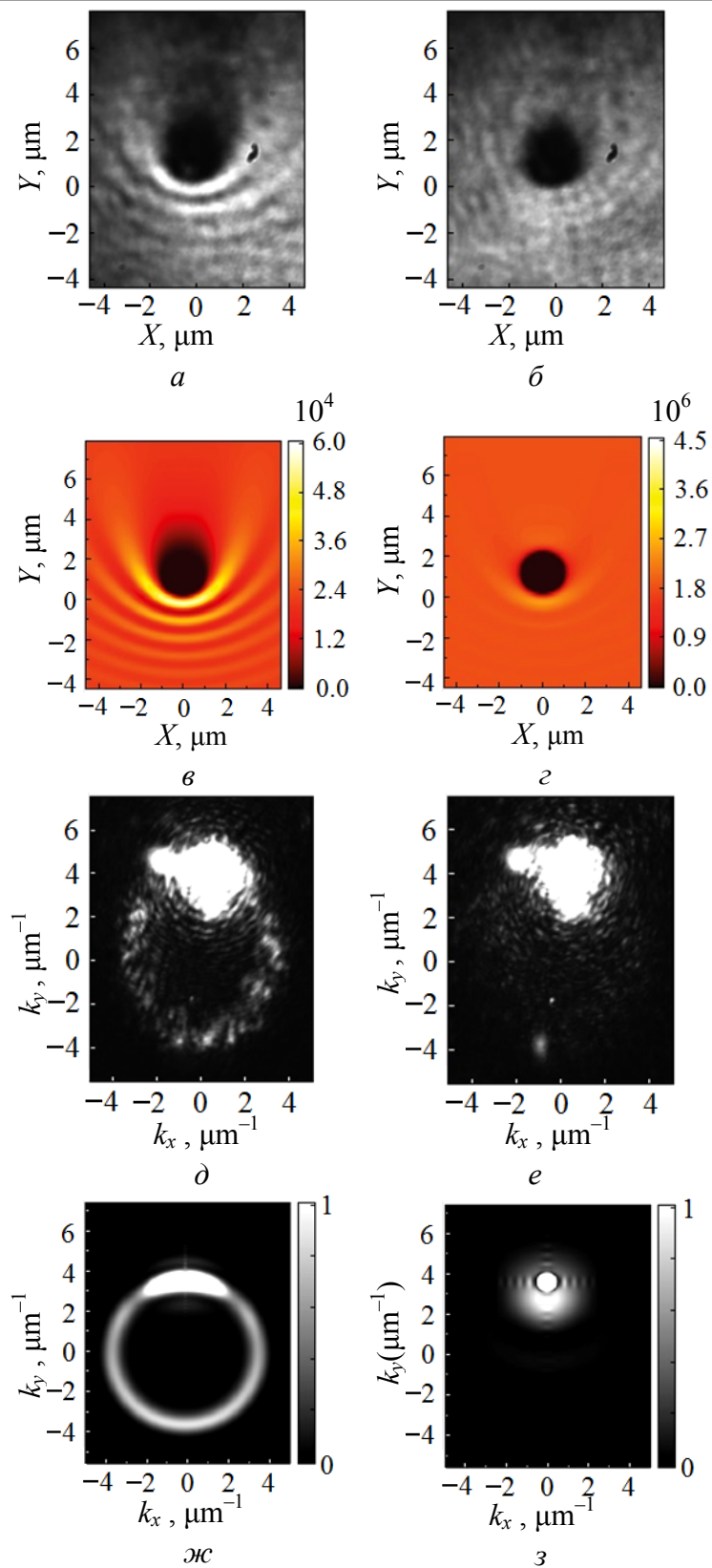


Рис. 4. Распределение поляритонов в реальном (а–з) и импульсном (д–з) пространстве для потока с групповой скоростью $19 \mu\text{m/ps}$, направленного на искусственный дефект (а–з) [16]

брэгговских зеркал и расположенной между ними тонкой органической пленки. Именно в данной пленке и формировался поляритонный БЭК. Импульс поляритонной жидкости в эксперименте был обусловлен тем, что лазерный пучок накачки направлялся на 2D-систему под углом. Накачка осуществлялась гауссовым пучком с шириной $13 \mu\text{m}$, определяемой как диаметр пятна, на границе которого поле волны в два раза меньше такового в центре – FWHM (full width at half maximum).

Распределения поляритонов при направлении их потока на препятствие в нормальном состоянии и состоянии БЭК (центр пятна накачки расположен на $2 \mu\text{m}$ ниже местоположения дефекта) показаны на рис. 4 [16]:

a, б – распределения поляритонов в реальном пространстве при плотности поляритонов, равной соответственно $0.5 \cdot 10^6$ и $10^7 \text{ units}/\mu\text{m}^2$ (*б* – интерференционные полосы и теневой конус за дефектом исчезают почти полностью, демонстрируя поведение жидкости с нулевой вязкостью);

в, г – расчеты соответствующих усредненных по времени результатов, выполненных соответственно для сверхзвукового (низкая плотность) и сверхтекучего режимов, при мощности накачки согласно пику концентрации поляритонов, равному: *в* – $1.6 \cdot 10^5 \text{ units}/\mu\text{m}^2$ (усреднение по времени велось за период 800 fs), *г* – $24 \cdot 10^7 \text{ units}/\mu\text{m}^2$;

д (соответствует *a*), *е* (соответствует *б*) – распределения поляритонов в импульсном пространстве, где упругое кольцообразное рассеяние, обусловленное присутствием дефекта: *д* – хорошо наблюдается, *е* – полностью исчезает при высоких плотностях поляритонов;

ж, з – теоретически рассчитанные распределения плотности в пространстве импульсов, соответствующие условиям *д* и *е*.

Описываемые в [16] квантово-механические состояния бозонов вытекают из решения уравнения Гросса–Питаевского

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \left[\hbar\omega_0 - \frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m_{LP}} + V(\mathbf{r}) - \frac{i\hbar\gamma_{LP}}{2} + g |\psi(\mathbf{r}, t)|^2 \right] \psi(\mathbf{r}, t) + \hbar P(\mathbf{r}, t). \quad (7)$$

Первые два слагаемых в правой части уравнения (7) соответствуют параболическому приближению для нижней поляритонной ветви закона дисперсии. Этот факт нашел отражение в эксперименте по получению поляритонного сверхтекучего БЭК. В уравнении (7) $\hbar\omega_0$ – энергия поляритона $k = 0$, m_{LP} – эффективная масса, $V(\mathbf{r})$ – потенциал рассеивающего дефекта, γ_{LP} – скорость диссипации поляритонов, g – константа поляритон-поляритонного взаимодействия, $P(\mathbf{r}, t)$ – поле накачки. Функция $P(\mathbf{r}, t)$ была смоделирована следующим образом:

$$P(\mathbf{r}, t) = F_p \exp \left[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_p t) - \frac{(t - t_0)^2}{2\sigma_t^2} \right], \quad (8)$$

где \mathbf{k} – волновой вектор, ω_p – частота волны накачки, а величина σ_t может быть выражена через ширину пучка накачки: $\sigma_t = \text{FWHM}/(2\sqrt{\ln 2})$. Связь амплитуды с остальными параметрами выражена в виде

$$F_p = C_{k_p} \sqrt{\frac{\gamma_{LP} I_0}{2\hbar\omega_p}}, \quad (9)$$

где $C_{k_p} = 0.88$ – коэффициент Хопфилда для фотонной доли в нижней поляритонной ветви при величине волнового вектора накачки k_p .

5. Групповая скорость

Поскольку суть БЭК – это переход подавляющего числа неразличимых бозонов в состояние с минимальной энергией (минимум в законе дисперсии), важным вопросом становится также управление групповой скоростью частиц (по определению групповая скорость $\mathbf{V} = \frac{\partial\omega}{\partial\mathbf{k}}$). Для получения БЭК соответствующих квазичастиц (экситонов, поляритонов) необходимо, чтобы в законе дисперсии при определенных значениях величины волнового вектора имелся минимум. Очевидно, что в таком случае групповая скорость данных элементарных возбуждений будет равна нулю. Заметим, что полученная в [17] форма дисперсионной поверхности элементарных возбуждений бинарной неидеальной 1D-решетки связанных микропор свидетельствует о возможности существования бозе-эйнштейновского поляритонного конденсата при определенных концентрациях дефектов структуры благодаря наличию локального минимума при значениях $k \neq 0$ (дополнительно к возможности существования конденсата при $k = 0$). Таким образом, управление групповой скоростью позволяет получать БЭК соответствующих элементарных возбуждений при определенной величине волнового вектора.

Управлению групповой скоростью фотонов в изотропной среде посвящены работы: Д. Джованини и его коллег из университета Глазго [18], Н.Д. Барезы и его коллег из университета Дилимана [19], а также наша статья [20]. Первые две работы направлены на решение прямой задачи – нахождение групповой скорости заданного пучка, а не на манипулирование этой скоростью. Сотрудники университета Глазго экспериментально изучили зависимости групповой скорости пучка Бесселя от его параметров, сотрудники университета Дилимана провели теоретическое исследование зависимости групповой скорости пучка Лагерра–Гаусса от его параметров.

В нашей же работе [20] в первую очередь решается обратная задача – нахождение параметров пучка с необходимой групповой скоростью, но она также применима и для решения прямых задач. Полученная нами система уравнений связывает распределения в пространстве групповой скорости, амплитуд и фаз колебаний поля волны, а также показатель преломления среды:

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{A} + \left(\frac{n\omega}{c}\right)^2 \left(1 - n^2 \frac{\mathbf{V}^2}{c^2}\right) \mathbf{A} = 0, \\ n \mathbf{A} \operatorname{div}(\mathbf{V}) + 2(\mathbf{V} \cdot \nabla)(n \mathbf{A}) = 0, \\ \nabla \varphi + \omega \frac{n^2}{c^2} \mathbf{V} = 0, \end{cases} \quad (10)$$

где \mathbf{A} , \mathbf{V} , φ – распределения в пространстве соответственно амплитуд, групповой скорости и фаз; n – абсолютный показатель преломления среды, который также является функцией координат; c – скорость света в вакууме.

Одним из достижений работы [20] является возможность использования классического математического аппарата, позволяющего решать обратную задачу. Отметим, что в системе уравнений (10) не показано в явном виде множество ветвей закона дисперсии для фотонных кристаллов. Это объясняется тем, что в данной системе уравнений групповая скорость является функцией координат. Подобное не встречается в работах, связанных с фотонными кристаллами, так как в них рассматривается распространение плоской волны и применяется теорема Блоха [21].

Заключение

Исследования, посвященные изучению явления бозе-эйнштейновской конденсации, образуют широкую область научной деятельности, так как статистика Бозе–Эйнштейна применима к большому перечню частиц – куперовским парам электронов, атомам, поляритонам и фотонам (бозонам). Методы, направленные на получение БЭК, тоже различны и зависят от природы конденсируемых частиц.

В дальнейшем авторы данной статьи предполагают продолжить это исследование и получить решение для обратной задачи применительно к фотонным кристаллам – материалам с периодической в пространстве диэлектрической проницаемостью и периодом, допускающим брэгговскую дифракцию света. Поскольку стационарное уравнение Шредингера и уравнение Гельмгольца с математической точки зрения идентичны, то и решения волнового уравнения для монохроматической волны в фотонном кристалле идентичны решениям стационарного уравнения Шредингера для электронов в кристаллах, и эти решения можно искать в виде блоховских функций [21]. Таким образом, закон дисперсии для фотонов в фотонных кристаллах может быть довольно разнообразным. Решение обратной задачи как поиска распределения показателя преломления, соответствующего необходимому задаваемому закону дисперсии, позволит получать БЭК электромагнитных возбуждений с задаваемым значением волнового числа. Таким образом, БЭК имеет широкие перспективы применения, в частности, в информационных и лазерных технологиях.

1. *T.J. Greytak, D. Kleppner, D.G. Fried, T.C. Killian, L. Willmann, D. Landhuis, S.C. Moss*, *Physica* **B280**, 20 (2000).
2. *А.В. Кавокин*, *Окно в МикроМир* № 2, 13 (2003).
3. The Large Hadron Collider [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://home.cern/science/accelerators/large-hadron-collider> – CERN Accelerating science.
4. Satyendra Nath Bose (January 1, 1894 – February 4, 1974) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.isical.ac.in/~econophys/bose.html> – The City of Kolkata and a Select-Few Who Brought Fame and Dignity
5. *S.N. Bose*, *Zeitschrift für Physik* **26**, 178 (1924).
6. *А.Г. Башкиров*, Бозе–Эйнштейна распределение [Электронный ресурс] / А.Г. Башкиров. – Режим доступа: <https://bigenc.ru/physics/text/1869541> – Большая российская энциклопедия.
7. Eric Cornell Work [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2001/cornell/facts/> – The Nobel Prize.
8. Wolfgang Ketterle Work [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2001/ketterle/facts/> – The Nobel Prize.
9. *J. Klaers, J. Schmitt, F. Vewinger, M. Weitz*, *Nature* **468**, 545 (2010).
10. *В.В. Шмидт*, Введение в физику сверхпроводников, МЦНМО, Москва (2000).
11. *F. London*, *Phys. Rev.* **54**, 947 (1938).
12. *J. Bardeen, L.N. Cooper, J.R. Schrieffer*, *Phys. Rev.* **108**, 1175 (1957).
13. *L.V. Hau, S.E. Harris, Z. Dutton, C.H. Behroozi*, *Nature* **397**, 594 (1999).
14. *J. Klaers, F. Vewinger, M. Weitz*, *Nature Physics* **6**, 512 (2010).
15. *A. Kruchkov*, *Phys. Rev.* **A89**, 033862 (2014).
16. *G. Lerario, A. Fieramosca, F. Barachati, D. Ballarini, K.S. Daskalakis, L. Dominici, M. De Giorgi, S.A. Maier, G. Gigli, S. Kéna-Cohen, D. Sanvitto*, *Nature Physics* **13**, 837 (2017).
17. *V.V. Romyantsev, S.A. Fedorov, K.V. Gumennyk, Yu.A. Paladyan*, *Physica* **B571**, 296 (2019).
18. *D. Giovannini, J. Romero, V. Potoček, G. Ferenczi, S.M. Barnett, D. Faccio, M.J. Padgett*, *Science* **347**, 857 (2015).
19. *N.D. Vazeza, N. Hermosa*, *Scientific Reports* **6**, 26842 (2016).
20. *М.К. Галинский, В.В. Румянцев*, *Проблемы искусственного интеллекта* № 3, 14 (2018).
21. *Е.Л. Ивченко, А.Н. Поддубный*, *ФТТ* **48**, 540 (2006).

М.К. Galinsky, V.V. Romyantsev, S.A. Fedorov, A.G. Petrenko

BOSE–EINSTEIN CONDENSATION OF PHOTONS AND POLARITONS

The paper presents a brief overview of the history of the discovery of Bose–Einstein statistics. The main attention is focused on one of the modern directions of research, namely, formation of photonic and polariton Bose–Einstein condensate (BEC), which, in particular, have prospects of application in information technology. The works aimed at studying of the group velocity of propagation of electromagnetic excitation in various optical beams are also mentioned, since this topic is directly related to the problem of obtaining BEC of the corresponding quasiparticles.

Keywords: Bose–Einstein condensate, Bose–Einstein statistics, photon, polariton, group velocity of electromagnetic excitation propagation

Fig. 1. Scheme of equipment for experimental generation of photon BEC [9,14]. $V(x,y)$ – potential of capture of two-dimensional photon gas by curved reflectors

Fig. 2. Dispersion laws for a free photon (dashed line) and for photons in the vicinity of the resonator center (solid line) at a fixed number of the longitudinal mode ($q = 7$) [9]

Fig. 3. Spectra and radial distributions of the intensity of radiation passing the resonator reflector [9] (the description of the figure is present in the text)

Fig. 4. Polariton distribution in real ($a-z$) and pulse ($\partial-z$) space for the flux with the group velocity of $19 \mu\text{m/ps}$ that is directed to an artificial defect ($a-z$) [16]