

Министерство образования и науки  
Донецкой Народной Республики  
Государственное учреждение «Донецкий физико-технический институт  
им. А.А. Галкина»

На правах рукописи



**Метлов Константин Леонидович**

**ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СОЛИТОНЫ В МАГНИТНЫХ  
НАНОСТРУКТУРАХ**

01.04.07 – физика конденсированного состояния

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Работа выполнена в Государственном учреждении «Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина», г. Донецк.

Официальные  
оппоненты:

**Григорьев Сергей Валентинович**

доктор физико-математических наук, профессор,  
ФГБУ Петербургский институт ядерной физики  
им. Б. П. Константинова НИЦ «Курчатовский инсти-  
тут» (г. Гатчина), руководитель отдела исследования  
конденсированного состояния

**Звездин Анатолий Константинович**

доктор физико-математических наук, профессор,  
ФГБУН Институт общей физики им. А. М. Прохорова  
РАН (г. Москва), главный научный сотрудник теорети-  
ческого отдела

**Шавров Владимир Григорьевич**

доктор физико-математических наук, профессор,  
ФГБУН Институт радиотехники и электроники  
им. В. А. Котельникова РАН (г. Москва), руководитель  
лаборатории магнитных явлений в микроэлектронике

Ведущая  
организация:

Федеральное государственное автономное образователь-  
ное учреждение высшего образования «Крымский феде-  
ральный университет имени В.И. Вернадского»

Защита состоится «11» июня 2019 г. в 14:00 часов на заседании диссертацион-  
ного совета Д 01.015.01 при Государственном учреждении «Донецкий физико-  
технический институт им. А. А. Галкина» по адресу: Донецк-114, ул. Розы Люк-  
сембург, 72, конференц-зал. Тел. факс: 342-90-18,  
e-mail: t.n.tarasenko@mail.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке организации по адресу: До-  
нецк-114, ул. Розы Люксембург, 72, сайт ДонФТИ: [www.donfti.ru](http://www.donfti.ru) .

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
Д 01.015.01

канд. физ.-мат. наук,  
ст. науч. сотр.



Тарасенко Т. Н.

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы исследования.** Прогресс электроники в последнее время привёл к развитию методов контролируемого создания наноструктур, в том числе и магнитных. В то время как магнитные текстуры (равновесные, метастабильные и промежуточные распределения магнитного момента внутри материала) объёмных магнетиков [1] и тонких плёнок [2] достаточно хорошо изучены в рамках теории микромагнетизма [3] — в наноструктурах с характерными размерами, близкими к обменной длине (один из параметров магнитного материала, порядка 5–15 нм), текстуры сильно отличаются. Наиболее интересны с этой точки зрения планарные наноструктуры из-за их совместимости с современными технологическими процессами, используемыми в микроэлектронике. В сочетании со свойствами материала, форма и размеры планарных наноструктур оказывают непосредственное влияние на их магнитную текстуру и переходы между её различными состояниями под действием приложенных полей или токов. Как и в других магнитных системах, разные состояния могут быть стабильными в одних и тех же островках независимо от состояний других островков, что открывает перспективы использования их для магнитной записи информации. Таким образом, теория магнитных состояний наноструктур имеет важное практическое значение.

С фундаментальной точки зрения, магнитные состояния реализуют концепцию топологических солитонов, возникшую в теории поля благодаря работам Т. Скирма [4–6], а затем перенесенную в магнетизм А.А. Белавиным и А.М. Поляковым [7] для случая бесконечного двумерного ферромагнетика. В рамках этой концепции, все двумерные магнитные текстуры можно разбить на классы, пронумерованные целыми числами. Текстуры внутри каждого класса (соответствующего некоторому целому числу, топологическому заряду) гомотопически эквивалентны, а между текстурами разных классов существует (теоретически бесконечный) энергетический барьер. Обусловленное этим барьером сохранение топологического заряда делает статику и динамику магнитных текстур подобной статике и динамике механических систем с сохраняющимся числом частиц. Солитоны (аналогично частицам) движутся, взаимодействуют и способны образовывать сложные конденсированные состояния. Здесь важно подчеркнуть, что в тонких плёнках солитоны Белавина-Полякова практически никогда не реализуются (за, возможно единственным, исключением, доменной границы с перетяжками, которая также рассмотрена в этой работе), но они часто встречаются в планарных наноструктурах [8–10]. При этом характерные размеры систем и наличие у них границ играют ключевую роль.

В этой связи возникает необходимость развить теорию двумерных топологических солитонов на случай конечных систем. Причём так, чтобы она покрывала наиболее широкий круг конфигураций границ — разной формы, размеров и связности. Именно это и является главной целью данной работы.

Кроме планарных ферромагнитных элементов, другим типом наноструктур являются объёмные магнетики с наноразмерными дефектами. Их магнитные текстуры также рассмотрены здесь и подчиняются топологическим законам, установленным при изучении солитонов в ограниченной геометрии.

Отправной точкой данной работы является микромагнитный лагранжи-

ан, учитывающий обменное, магнитостатическое и некоторые другие взаимодействия. Это позволяет непосредственно вычислять измеримые величины и сравнивать теорию с экспериментом, получая во многих случаях количественное совпадение.

Топологические солитоны наблюдаются в планарных магнитных наноструктурах, которые стали доступны экспериментально совсем недавно. Разрабатываемые на основе магнитных наноструктур перспективные нанотехнологии (магнитная запись и обработка информации, магнитные фотонные кристаллы) так или иначе базируются на магнитных состояниях различных топологических классов в планарных и объёмных наноструктурах. Вместе, это означает, что построенная здесь теория топологических солитонов в ограниченной геометрии актуальна как с научной, так и с практической точки зрения.

**Степень разработанности темы исследования.** Теория микромагнетизма, являющаяся основой данного исследования, сформировалась в работах Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшица, В. Дёринга, Т. Л. Гильберта, Л. Нееля, Ф. Блоха, В. Ф. Брауна, Г. Кронмюллера, А. Хуберта, В. Г. Барьяхтара, Б. А. Иванова, Я. Кацера, В. Камберского. Основным методом аналитического решения микромагнитных задач является метод В. Ритца. Магнитные солитоны в неограниченных тонких плёнках (двумерных и квазидвумерных магнетиках) исследовались аналитически в работах А. А. Белавина, А. М. Полякова, Г. Ву, Д. Гросса, А. М. Косевича, Б. А. Иванова, У. К. Рёсслера, А. Н. Богданова, А. С. Ковалёва, А. Б. Борисова, В. В. Киселёва. В планарных наноструктурах с ограниченной геометрией, при том, что существует ряд аналитических результатов для удачно выбранных пробных функций (А. Ахарони, Н. А. Усов, С. Е. Песчаный, Б. А. Иванов, Е. В. Тартаковская), основным инструментом исследований являются численные методы (В. Ф. Браун, Л. ЛаБонте, Д. В. Берков, М. Донахью, Н. А. Усов, С. Е. Песчаный). Аналитическая (пусть и приближённая) общая теория магнитных солитонов в ограниченной геометрии для планарных наноэлементов произвольной формы отсутствует. Для её разработки использовались математические методы, развитые в работах Б. Римана, Д. Гильберта, Ф. Шоттки, Ф. Клейна, Н. И. Ахиезера, Д. Крауди, А. Б. Богатырёва. Ключевые независимые эксперименты, результаты которых использовались для проверки теории, были проведены Г. Губбиотти, Г. Карлотти, Ф. Низзоли, Р. П. Коубёрном, Т. Похилом, К. Росс, К. Маттьё, С. О. Демокритовым, Б. Хиллебрандсом, С. Д. Бадером, П. Е. Вигеном, Г. Н. Каказеем и другими. Теория спиновых волн на фоне пространственно неоднородной намагниченности (в том числе, нелинейная) развивалась в работах В. Г. Барьяхтара, Б. А. Калининса, Б. А. Иванова, А. Н. Славина, А. Г. Гуревича, В. Г. Шаврова и других. Динамика намагниченности в планарных наноэлементах исследовалась со спин-волновых позиций А. Н. Славиним, Б. А. Ивановым, Г. А. Мелковым, С. Е. Заспелем, методом пространственного усреднения динамического уравнения Н. А. Усовым и Л. Г. Куркиной, и на основе уравнения А. А. Тиля для трансляции магнитных текстур Ф. Г. Мертенсом, А. Р. Бишопом, К. Ю. Гуслиенко. Лагранжев подход для описания динамики (сложных) доменных границ в бесконечной плёнке использовался А. К. Звездиным. Спин-волновой подход годится лишь для малых отклонений солитонов от их положений равновесия. Усреднение уравнения Ландау-Лифшица нарушает сохранение модуля параметра порядка и приводит к результатам,

далёким от натурального и численного экспериментов. Теория на базе уравнения А. А. Тиля, способна дать хорошее согласие с экспериментом, но при этом кинетическая и потенциальная части лагранжиана оказываются вычислены с использованием разных пробных функций. Непротиворечивая теория линейной прецессии магнитного вихря и теория его нелинейной прецессии отсутствуют. Теория магнитной нейтронографии, которая расширена здесь для анализа объёмных наноструктур, основывается на работах О. Хальперна, М. Джонсона, С. В. Малеева, М. Блюме, В. Г. Барьяхтара, А. Зигера, Х. Кронмюллера, Дж. Вейсмюллера, С. В. Григорьева, И. А. Зобкало и А. Мичелса, а лежащая в основе вычислений равновесной магнитной текстуры слабонеоднородных материалов, теория приближения к насыщению была в основном построена в работах Л. Нееля и Э. Шлёмана. Микромагнитная теория сечений рассеяния высоких порядков по степени малых неоднородностей материала, теория рассеяния нейтронов магнитным солитоном в ограниченной геометрии, общая (не предполагающая конкретный вид магнитной текстуры) теория рассеяния нейтронов ферромагнетиком с хиральным взаимодействием отсутствуют.

**Предмет, объект, цели и задачи диссертационной работы:**

Предметом диссертационной работы являются наноструктуры, выполненные из различных (по структуре и свойствам) магнитных материалов в конденсированном состоянии.

Объектом проведенных исследований являются физические свойства наноструктур, обусловленные их магнитной текстурой и структурой материалов — равновесным, метастабильным или динамическим распределением магнитных моментов в них. А также изменение этих свойств под влиянием внешнего магнитного поля.

Данная работа преследует следующие цели: 1) построение теории магнитных состояний (топологических солитонов) в ограниченной геометрии (планарных наноструктурах различной формы и связности); 2) поиск новых закономерностей в свойствах объёмных наноструктур, представляющих собой системы малых случайных или регулярных неоднородностей в объёме материала.

Для достижения поставленных целей были решены следующие задачи:

1. Решена микромагнитная задача по определению магнитной текстуры слабонеоднородного объёмного магнетика до второго порядка теории возмущений по амплитудам неоднородностей.
2. Вычислены, с усреднением по реализациям случайных неоднородностей и ориентации образца, сечения малоуглового рассеяния объёмным слабонеоднородным магнетиком вплоть до второго и разность этих сечений вдоль некоторых направлений детектора вплоть до третьего порядка теории возмущений.
3. Вычислены сечения рассеяния нейтронов хиральными магнитными текстурами: такими, которые формируются в образце под действием хиральных взаимодействий и такими, которые формируются в силу спонтанного нарушения хиральной симметрии.
4. Построена аналитическая теория магнитных состояний в односвязных планарных наноэлементах произвольной формы в терминах функций комплексной переменной.
5. Решена задача о равновесной энергии доменной границы с перетяжками.

6. Получены приближённые явные выражения для равновесных энергии и радиуса магнитного вихря в круговом цилиндре.
7. Решена задача об основных квазиоднородных состояниях намагниченности кругового наноцилиндра и анизотропии в квадратном массиве взаимодействующих круговых наноцилиндров.
8. Построена магнитная фазовая диаграмма основных состояний круговых наноцилиндров.
9. Исследована стабильность квазиоднородных состояний намагниченности типа “лист” и “С”. Результат нанесен на магнитную фазовую диаграмму кругового наноцилиндра.
10. На базе введённого здесь семейства пробных функций, построена непротиворечивая теория линейной и нелинейной динамики намагниченности в планарных наноэлементах.
11. Решена задача о малоамплитудной прецессии магнитного вихря в круговом цилиндре. Вычислена частота этой прецессии как функция геометрических размеров цилиндра и магнитных параметров материала.
12. Решена задача о слабонелинейной прецессии магнитного вихря в круговом цилиндре, вычислен амплитудно-частотный коэффициент этой прецессии.
13. Выполнено обобщение теории магнитных состояний на случай многосвязных планарных наноэлементов.
14. Получены топологические ограничения на положения магнитных солитонов в явном виде для кольца и в периодических магнитных текстурах.

**Научная новизна** Большинство результатов, полученных в диссертационной работе, являются оригинальными и новыми. В частности:

- Разработана приближённая аналитическая теория магнитных состояний в планарных наноэлементах произвольной формы и связности, позволяющая построить семейство пробных функций для распределений намагниченности в них.
- Предложена новая модель для доменной границы с перетяжками в тонкой магнитной пленке, из которой, при точном расчёте магнитной энергии, следует, что доменная граница с перетяжками является состоянием с минимальной энергией, если толщина плёнки находится в определённом интервале.
- Теоретически предсказано новое магнитное состояние кругового наноцилиндра — большой магнитный вихрь, исследованы области его стабильности и равновесия на магнитной фазовой диаграмме.
- Предложена новая модель квазиоднородных состояний намагниченности типа “лист” и типа “С” в круговом наноцилиндре, определены области метастабильности этих состояний в терминах геометрических размеров цилиндра.
- Разработана новая теория анизотропии четвёртого порядка при вращении внешнего магнитного поля в плоскости квадратного массива круговых наноцилиндров, которая количественно воспроизводит как геометрическую, так и полевую зависимость константы анизотропии.
- Впервые с использованием одинаковых пробных функций для кинетического и потенциального членов в лагранжиане вычислена частота прецессии магнитного вихря в круговом цилиндре.

- Впервые теоретически исследована нелинейная прецессия магнитного вихря в круговом цилиндре и вычислен амплитудно-частотный коэффициент этой прецессии.
- Впервые теоретически предсказано существование топологических ограничений на положения магнитных солитонов в многосвязных планарных наноэлементах. Выполнение этих ограничений в концентрическом кольце проверено на основе независимого эксперимента.
- Предсказан новый эффект третьего порядка в сечениях малоуглового рассеяния нейтронов поликристаллическим наноструктурированным ферромагнетиком, суть которого сводится к тому, что определённая комбинация значений сечения рассеяния вдоль некоторых направлений волнового вектора не равна нулю в третьем порядке теории возмущений, но равна нулю во втором.
- Впервые вычислены сечения рассеяния нейтронов магнитным вихрем в круговом наноцилиндре.

#### **Научная и практическая значимость.**

Построенные фазовые диаграммы магнитных состояний нано-элементов имеют прямую практическую ценность. В частности, при проектировании спинтронных устройств магнитной записи информации с произвольным доступом (Magnetic Random Access Memory, MRAM) они позволяют заранее планировать размеры элементов, исходя из предполагаемых магнитных состояний, в которых эти элементы будут работать.

Новые магнитные состояния типа “больших магнитных вихрей” определяют один из пределов миниатюризации таких устройств. Они открывают возможность хранить информацию в состояниях с практически замкнутым магнитным потоком (что снижает взаимодействие между соседними битами — важный фактор, ограничивающий плотность информации в магнитных устройствах) с возможностью (за счёт топологической эквивалентности большого и классического вихря) быстрых переключений без образования блоховских точек и значительной генерации спиновых волн.

Построенные модели состояний наномагнитов и их динамики, позволяют моделировать наномасштабные генераторы микроволн, оценивать и контролировать, исходя из амплитудно-частотного коэффициента, стабильность генерируемых ими частот. Либо наоборот, как требуется для приложений в области машинного обучения, выбирать геометрические параметры так, чтобы частота была наиболее чувствительной к амплитуде колебаний.

Усовершенствованная в данной работе теория малоуглового рассеяния нейтронов поликристаллическим наноструктурированным ферромагнетиком может стать одной из основ для методики измерения магнитных свойств, заведомо превосходящей традиционную магнитометрию по количеству потенциально извлекаемой информации. Причём в отличие от сканирующей микроскопии, которая близка по этой характеристике, малоугловое рассеяние нейтронов допускает изучение объёмных свойств материала.

Топологические ограничения на положения магнитных солитонов в многосвязных областях открывают принципиально новую возможность построения массивно-параллельных вычислительных систем, базирующихся, в силу глобальности топологических ограничений, на одновременном взаимодействии всех

обрабатываемых бит информации со всеми.

**Методология и методы исследования.** В работе широко используются аналитические методы комплексного и действительного анализа, отдельные результаты проверены численными методами (методом конечных элементов с использованием быстрого мультипольного метода при расчёте магнитостатической энергии).

**Положения, выносимые на защиту:**

- Эффект третьего порядка при рассеянии нейтронов слабонеоднородным наноструктурированным ферромагнетиком в перпендикулярной геометрии рассеяния, заключающийся в том, что разница между магнитным сечением рассеяния в плоскости детектора вдоль направления приложенного к образцу магнитного поля и удвоенным сечением рассеяния в перпендикулярном к полю направлении равна нулю во втором порядке теории возмущений по амплитуде неоднородностей материала и отлична от нуля в третьем порядке.
- Теория метастабильных состояний в планарных наноэлементах из магнитомягкого материала произвольной формы и связности, представляющая семейство пробных функций для распределений намагниченности в них при помощи функций комплексной переменной.
- Аналитическая модель для доменной границы с перетяжками в виде функции комплексной переменной.
- Теория анизотропии свойств квадратных массивов круговых наноцилиндров (различного периода и с разными размерами цилиндра) из магнитомягкого материала при вращении внешнего магнитного поля (различной амплитуды) в плоскости массива.
- Подход к описанию низкоэнергетической линейной и нелинейной динамики магнитных текстур, в коллективных координатах, определённых посредством функций комплексной переменной.
- Существование топологических ограничений на положения вихрей и антивихрей в двусвязных планарных наноэлементах и периодических магнитных текстурах.

**Степень достоверности.** Достоверность полученных в диссертации теоретических результатов обусловлена корректным применением достоверных математических методов и использованием достоверных физических законов и принципов в качестве основы для исследований. Верификация результатов, полученных в работе, проводилась серией предельных переходов к известным ранее результатам. Корректность использованных приближений подтверждается согласием полученных с их помощью результатов с теоретическими, экспериментальными и численными результатами, полученными в других работах.

**Апробация результатов.** Результаты, представленные в диссертационной работе, прошли апробацию на 12-ти международных научных конференциях среди широкого круга ученых, специалистов по вопросам физики конденсированного состояния. Результаты работы докладывались на следующих конференциях: Intermag 2002 в г. Амстердам, Голландия, 28 апреля - 2 мая 2002; NATO ARW "Vortex Dynamics in High-Temperature Superconductors", Ташкент, Узбекистан, 17-22 мая 2002; Moscow International Symposium on Magnetism (MISM), Москва, Россия, 20-24 июня 2002; International Conference on Magnetism (ICM)

Рим, Италия, 27 июля - 1 августа 2003; International conference on Semiconductor Spintronics and Quantum Information Technology (SPINTECH II), Брюгге, Бельгия, 4-6 августа, 2003; NATO ARW “Vortex dynamics in superconductors and other complex systems”, Ялта, Крым, 13-17 сентября 2004; The 5<sup>th</sup> International Conference on Advanced Materials and Devices (ICAMD 2007), 12-14 декабря 2007, остров Чеджу, Южная Корея; III International Workshop Dzyaloshinskii-Moriya Interaction and Exotic Spin Structures, Псков, Россия, 26-30 июня 2015; 50-я Школа ПИЯФ по Физике Конденсированного Состояния, Санкт-Петербург, Россия, 14-19 марта 2016; 51-ая Зимняя Школа по физике конденсированного состояния, Санкт-Петербург, Россия, 11-16 марта 2017; IV International Workshop Dzyaloshinskii-Moriya Interaction and Exotic Spin Structures, Петергоф, Россия, 23-26 мая 2017; XXII симпозиум «Нанофизика и наноэлектроника», 12-15 марта 2018, Нижний Новгород, Россия. А также на учёном совете Института Теоретической Физики им. Л. Д. Ландау, Черноголовка, Россия, 16 июня 2017. Регулярно докладывались с 2006 по 2018 на семинарах ДонФТИ.

**Публикации.** Материалы диссертации опубликованы в 21 статье в рецензируемых научных журналах [A1–A21] и в виде тезисов [A22–A30].

**Личный вклад автора.** Личный вклад соискателя отображен в содержании диссертационной работы и научных публикациях, вошедших в диссертацию.

По теме диссертации опубликована 21 статья. 10 из них [A5–A9, A13, A15–A18] выполнены без соавторов.

В 4-х работах по рассеянию нейтронов [A1–A4] автору принадлежат микромагнитные расчёты, результаты которых стали основополагающими для проведения исследований по данному направлению и которые вошли в диссертацию.

В 3-х работах по статическим свойствам кругового наноцилиндра [A10–A12], выполненных в соавторстве с К. Ю. Гуслиенко, автором получены пробные функции, положенные в основу вычислений. Параллельно с соавтором проведены расчёты магнитостатической энергии. В процессе расчетов результаты сравнивались между собой для проверки.

В работе по построению карты метастабильных состояний [A14], выполненной с соавтором YoungPak Lee, автор внес определяющий вклад в постановку задачи, конкретные расчёты и формулировку выводов.

В 3-х работах по микромагнитным задачам в многосвязных областях [A19–A21], выполненных в соавторстве с А.Б. Богатырёвым, автором поставлены краевые задачи теории функции комплексного переменного. Математическое решение этих задач было выполнено совместно с соавтором, при этом вклад соавтора был ключевым. Лично автору принадлежат представления решений в многосвязных наноэлементах при помощи функций Шоттки-Клейна и формулировка физических выводов из полученных решений.

Все представленные в диссертации результаты получены лично автором.

**Структура и объём диссертации.** Диссертация состоит из введения, 6-ти глав, заключения и библиографии. Первая глава представляет собой обзор литературы. Общий объём диссертации 300 страниц, включая 55 рисунков и 3 таблицы. Библиография включает 269 наименований.

## Содержание работы

**Во Введении** обсуждается актуальность диссертационной работы, сформулирована её цель и аргументирована научная новизна исследований, представлены выносимые на защиту научные положения, показана практическая значимость полученных результатов.

**Первая глава** представляет собой подробный обзор литературы по основным вопросам теории магнитных текстур, служащим основой для представленных в данной работе исследований. Для связи магнитной индукции  $\mathbf{B}$  с магнитным полем  $\mathbf{H}$  и намагниченностью  $\mathbf{M}$  вводится (вслед за А. Ахарони) соотношение  $\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \gamma_V \mathbf{M})$ , где  $\mu_0$  — магнитная проницаемость вакуума, а  $\gamma_V$  — численный параметр. Благодаря этому, все полученные в работе формулы справедливы как в системе единиц СИ (когда  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Гн м}^{-1}$ ,  $\gamma_V=1$ ), так и в системе СГС ( $\mu_0 = 1$ ,  $\gamma_V = 4\pi$ ). Представлено уравнение прецессии магнитного момента Ландау-Лифшица, кинетический лагранжиан Дёринга, диссипативный член Гильберта и основные члены потенциальной энергии магнитного лагранжиана. Представлен метод магнитных зарядов, часто используемый в дальнейшем для расчёта магнитостатической энергии. Дан краткий обзор теории доменных структур и доменных границ в тонких магнитных плёнках в той мере, в которой они имеют отношение к решаемым в дальнейшем задачам. Обсуждается связь энергии солитонов и их топологического заряда, для которого даны представления в тензорной, векторной и комплексной формах. Дан краткий обзор теории магнитного рассеяния нейтронов. Выведены выражения для неполяризованных макроскопических сечений малоуглового рассеяния в параллельной и перпендикулярной (когда внешнее поле параллельно/перпендикулярно волновому вектору падающих на образец нейтронов) геометриях рассеяния через квадраты Фурье-образов компонент вектора намагниченности материала  $\mathbf{M}$ . Приведены формулы для поляризованных сечений в перпендикулярной геометрии из которых формулы для неполяризованных сечений рассеяния также следуют.

**Во второй главе** рассматривается рассеяние нейтронов слабонеоднородным ферромагнетиком с различными пространственно-неоднородными взаимодействиями в магнитном лагранжиане. Малым параметром при этом выступает амплитуда неоднородностей.

Вводится модель для слабонеоднородного материала, намагниченность насыщения  $M_S$  которого слабо зависит от координат  $\mathbf{r} = \{X, Y, Z\}$

$$M_S(\mathbf{r}) = M_0 [1 + I_m(\mathbf{r})], \quad (1)$$

где  $I_m(\mathbf{r}) \ll 1$  — малая величина, а её пространственное среднее  $\langle I_m(\mathbf{r}) \rangle = 0$ . Величина  $M_0$  при этом является средним значением намагниченности по объёму  $M_0 = \langle M_S(\mathbf{r}) \rangle$ . Кроме того, предполагается, что аналогичным образом от координат зависят обменная длина

$$L_E^2(\mathbf{r}) = \frac{C(\mathbf{r})}{\mu_0 \gamma_V M_S(\mathbf{r})} = L_0^2 [1 + I_e(\mathbf{r})], \quad (2)$$

где  $C(\mathbf{r})$  — обменная константа; и фактор качества

$$Q(\mathbf{r}) = \frac{2K(\mathbf{r})}{\mu_0 \gamma_V M_S^2(\mathbf{r})} = I_k(\mathbf{r}), \quad (3)$$

где  $K(\mathbf{r})$  — константа одноосной анизотропии. Все функции неоднородностей  $I_m, I_e, I_k \ll 1$  имеют один порядок малости и усредняются в нуль по объёму материала ( $L_0^2 = \langle L_E^2(\mathbf{r}) \rangle$  — средний квадрат обменной длины). Директор оси анизотропии  $\mathbf{d}(\mathbf{r})$  тоже зависит от координат так, что её энергия равна

$$e_A = -K(\mathbf{r}) \frac{[\mathbf{d}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r})]^2}{M_S^2(\mathbf{r})}. \quad (4)$$

Для такого слабонеоднородного материала вычислена равновесная магнитная текстура в первом и во втором порядке теории возмущений по функциям неоднородностей. В частности, до первого порядка, для Фурье-образов (обозначенных здесь и далее знаком тильда над символом) компонент безразмерного вектора намагниченности  $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_0$  получаются следующие представления

$$\tilde{m}_X^{(1)} = \frac{\tilde{K}_X(h_q + y_q^2) - x_q(\tilde{K}_Y y_q + h_q z_q \tilde{I}_m)}{h_q(h_q + x_q^2 + y_q^2)}, \quad (5)$$

$$\tilde{m}_Y^{(1)} = \frac{\tilde{K}_Y(h_q + x_q^2) - y_q(\tilde{K}_X x_q + h_q z_q \tilde{I}_m)}{h_q(h_q + x_q^2 + y_q^2)}, \quad (6)$$

где  $h_q = h + L_0^2 q^2$ ,  $h = \mathbf{H}/(\gamma_B M_0)$ , а  $\{x_q, y_q, z_q\} = \mathbf{q}/q$  — безразмерные компоненты единичного вектора (директора) в направлении волнового вектора  $\mathbf{q}$ . Параметры анизотропии выражаются через свёртки (обозначенные символом  $\otimes$ ) Фурье-образов компонент её директора и неоднородностей фактора качества

$$\begin{aligned} \tilde{K}_X &= \tilde{d}_X \otimes \tilde{d}_Z \otimes \tilde{I}_k, \\ \tilde{K}_Y &= \tilde{d}_Y \otimes \tilde{d}_Z \otimes \tilde{I}_k. \end{aligned} \quad (7)$$

Затем вводится модель для функции  $I_m$ , описывающая поле случайно распределённых локализованных неоднородностей малой амплитуды с Гауссовым профилем. Вводится процедура усреднения по положениям и ориентациям поля неоднородностей, при помощи которой вычисляются средние квадраты Фурье-гармоник компонент вектора намагниченности и соответствующие макроскопические сечения рассеяния нейтронов

$$\frac{d\Sigma_M^{\parallel}}{d\Omega} = 8\pi^3 V b_H^2 M_0^2 \langle \tilde{I}^2 \rangle \frac{\kappa^2}{15h_q^2}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Sigma_M^{\perp}}{d\Omega} &= 8\pi^3 V b_H^2 M_0^2 \langle \tilde{I}^2 \rangle \left[ \frac{\kappa^2 \cos^2 \alpha}{15(h_q + \sin^2 \alpha)^2} + \frac{\kappa^2}{15h_q^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(3 + 4h_q - \cos 2\alpha) \sin^2 2\alpha}{8(h_q + \sin^2 \alpha)^2} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где введен угол  $\alpha$  в плоскости детектора ( $q_Y = 0$ ) для перпендикулярного сечения рассеяния  $q_Z = q \cos \alpha$ ,  $q_X = q \sin \alpha$ ,  $b_H = 2.906 \times 10^8 \text{ \AA}^{-1} \text{ м}^{-1}$ ,  $V$  — объём образца, предполагается  $I_k = \kappa I_m$ , а угловые скобки обозначают усреднение по ориентации репрезентативного объёма ( $\varphi_R, \theta_R$ ). Для сфероидальных Гауссовых случайно распределённых неоднородностей это усреднение можно провести

аналитически, что даёт  $\langle \tilde{I}^2 \rangle = N \langle a_n^2 \rangle (v/V)^2 \Upsilon(qs, \tau)$ , где  $N$  — количество неоднородностей в объёме  $V$ ,  $s$  — размер одной неоднородности,  $v = (2\pi)^{3/2} s^3$  — её объём,  $\langle a_n^2 \rangle$  среднеквадратичная амплитуда неоднородностей. Функция

$$\Upsilon(\mu, \tau) = \begin{cases} e^{-\frac{\mu^2}{\tau}} \frac{\sqrt{\pi}}{2\mu} \sqrt{\frac{\tau}{1-\tau^3}} \operatorname{Erfi}\left(\mu \sqrt{\frac{1-\tau^3}{\tau}}\right) & \tau < 1 \\ e^{-\mu^2} & \tau = 1, \\ e^{-\frac{\mu^2}{\tau}} \frac{\sqrt{\pi}}{2\mu} \sqrt{\frac{\tau}{\tau^3-1}} \operatorname{Erf}\left(\mu \sqrt{\frac{\tau^3-1}{\tau}}\right) & \tau > 1 \end{cases} \quad (10)$$

где  $\operatorname{Erf}(z) = (2/\sqrt{\pi}) \int_0^z e^{-t^2} dt$  — функция ошибок, а  $\operatorname{Erfi}(z) = \operatorname{Erf}(iz)/i$  — её мнимая часть. Зависимость  $\Upsilon(\mu, \tau)$  от формы частицы, заданной параметром  $\tau$ , для различных значений  $\mu = qs$  построена на рисунке 1.

Сечение рассеяния в параллельной геометрии изотропно в плоскости детектора, а в перпендикулярной содержит члены с анизотропией второго и четвёртого порядка. Причём характер этой анизотропии зависит от величины внешнего поля  $h$ . В частности, для малых полей сечение рассеяния, изображённое на рисунке 2, имеет анизотропию второго порядка и похоже по форме на “НЛО”.

Рассмотрены члены высоких порядков в перпендикулярном сечении рассеяния  $d\Sigma_M^\perp/d\Omega$ . Обнаружено, что во втором порядке по амплитуде неоднородностей следующая разность величин сечения рассеяния нейтронов вдоль вертикального и горизонтального направления детектора

$$\Delta\Sigma_M^\perp = \left. \frac{d\Sigma_M^\perp}{d\Omega} \right|_{\alpha=0} - 2 \left. \frac{d\Sigma_M^\perp}{d\Omega} \right|_{\alpha=\pi/2} \quad (11)$$

тождественно равна нулю в самых широких предположениях относительно характера, размеров и распределения случайных неоднородностей. Величина этой разности вычислена в третьем порядке теории возмущений, где она отлична от нуля. Этот новый эффект третьего порядка предоставляет дополнительные возможности для извлечения информации о микроструктуре образца, которые недоступны при анализе сечений во втором порядке.

Вычислено сечение рассеяния слабонеоднородным магнетиком с добавлением к потенциальной энергии глобального (не усредняемого в нуль) антисимметричного обмена (взаимодействие Дзялошинского-Мория)

$$e_{DM} = D \mathbf{m} \cdot [\nabla \times \mathbf{m}], \quad (12)$$

где  $D$  — соответствующая силовая константа. В кристаллическом материале, имеющем в группе точечной симметрии инверсию, глобальное взаимодействие Дзялошинского-Мория усредняется в нуль. Если же материал поликристаллический с границами зёрен и другими дефектами, ненулевое среднее взаимодействие Дзялошинского-Мория симметрией не запрещено, а значит может возникнуть. Конечно, это взаимодействие прежде всего локализовано в области границ зёрен и точечных дефектов, но именно в этих областях в рассматриваемой здесь задаче о слабонеоднородных образцах намагниченность насыщения и отклоняется от направления поля. Далеко от дефектов, намагниченность лежит практически параллельно полю, а значит предположение о пространственной

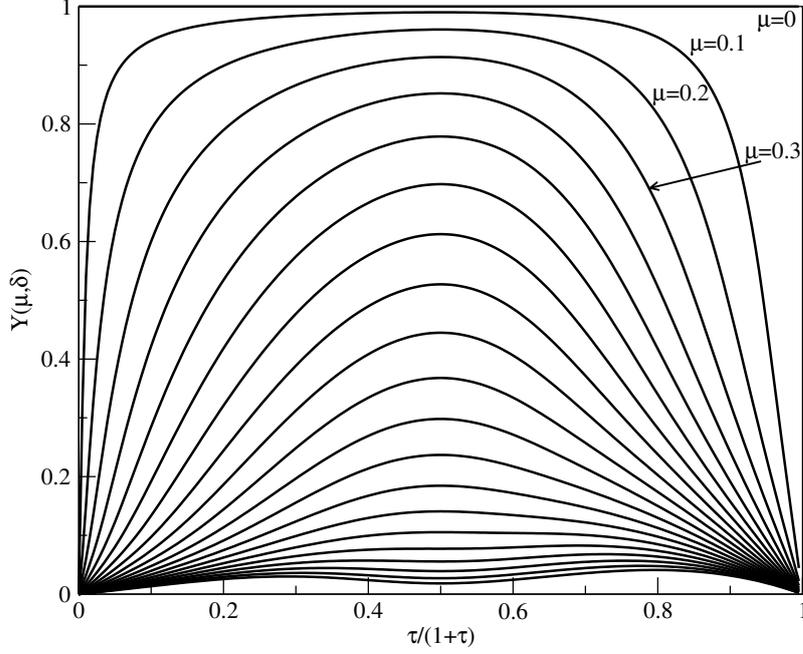


Рисунок 1. Зависимость усреднённого квадрата функции неоднородностей  $\langle \tilde{I}^2 \rangle = N \langle a_n^2 \rangle (v/V)^2 \Upsilon(qs, \tau)$  от формы включений  $\tau$  для различных значений  $\mu = qs$  в диапазоне от 0 до 2 с равным шагом 0.1.  $\langle \tilde{I}^2 \rangle$  имеет экстремум при  $\tau = 1$ , соответствующий сферическим неоднородностям. Левая часть графика соответствует планарным неоднородностям, правая — вытянутым

однородности константы  $D$  является достаточно хорошей моделью для слабонеоднородных образцов.

Чтобы отследить изменение поляризации пучка нейтронов в процессе рассеяния рассмотрена следующая безразмерная разность

$$2\nu\chi = \frac{1}{8\pi^3 V b_{\text{H}}^2 M_0^2} \left( \frac{d\Sigma_{\text{M}}^{\perp -+}}{d\Omega} - \frac{d\Sigma_{\text{M}}^{\perp +-}}{d\Omega} \right), \quad (13)$$

где  $d\Sigma_{\text{M}}^{\perp -+}/d\Omega$  и  $d\Sigma_{\text{M}}^{\perp +-}/d\Omega$  — сечения рассеяния поляризованных нейтронов с переворотом спина. Ненулевое значение этой разности свидетельствует о не взаимности в рассеянии. Величина  $\chi$  может быть вычислена на базе описанной выше микромагнитной теории для слабонеоднородных образцов:

$$-2\nu\chi = \frac{4|\tilde{I}_{\text{m}}|^2 p^2 z_{\text{q}} q L_{\text{D}} (15(1+p)^2 x_{\text{q}}^2 + p^2(2 + px_{\text{q}}^2) z_{\text{q}}^2 \kappa^2)}{15(1 + px_{\text{q}}^2 - p^2 z_{\text{q}}^2 q^2 L_{\text{D}}^2)^2}, \quad (14)$$

где  $L_{\text{D}} = D/(\mu_0 \gamma_{\text{B}} M_{\text{S}}^2)$  — длина Дзялошинского-Мория, измеряющая силу этого взаимодействия относительно магнитостатического,  $p = p(h, q) = 1/(h + L_0^2 q^2)$ , а  $L_0^2 = \langle L_{\text{E}}^2 \rangle$  — средний по объёму образца квадрат обменной длины. Эти разности сечений рассеяния показаны на рисунке 3. Видно, что в зависимости от величины приложенного внешнего поля их анизотропия в плоскости детектора меняет порядок от второго к четвёртому. Эти выражения находятся в превосходном согласии с экспериментом и позволяют определить константу  $D$  методом подгонки [11].

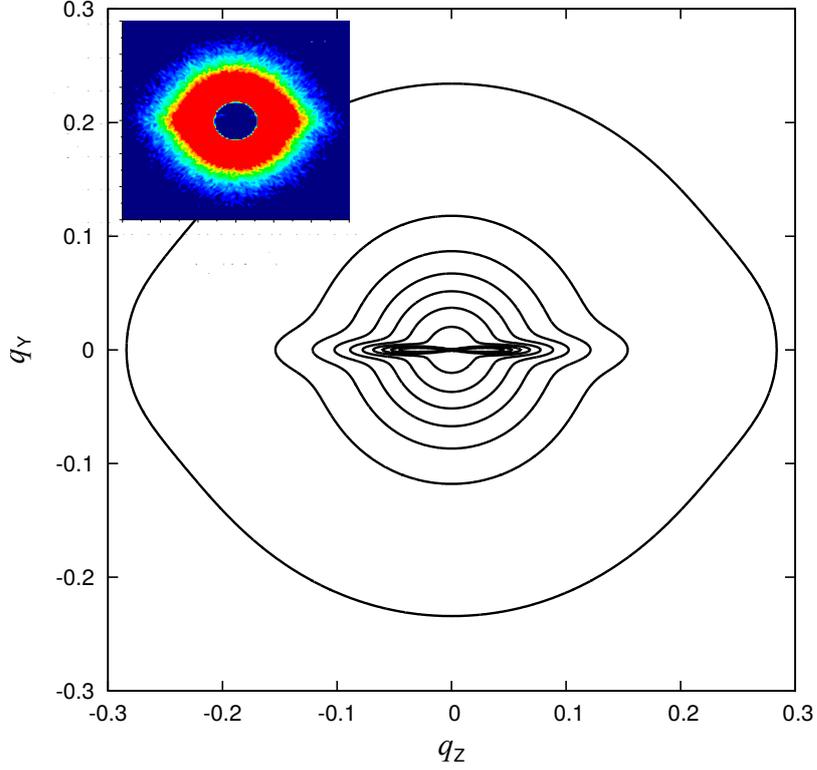


Рисунок 2. НЛО-подобное магнитное сечение малоуглового рассеяния нейтронов при малых  $h = 0.01$  и  $q$  в образце со сферическими ( $\tau = 1$ ) гауссовыми включениями. Остальные параметры, использованные при вычислении, следующие:  $\kappa = 1$ ,  $s = 1$ ,  $L_0 = 1$ . Вставка показывает НЛО-подобное сечение рассеяния, измеренное в [A1] и показанное там на рисунке 2b

Рассчитано сечение рассеяния нейтронов круговым магнитным наноцилиндром с вихрем, используя пробные функции для централизованного и смещённого вихря из Главы 3. Для сечений рассеяния в перпендикулярной геометрии (когда поле направлено перпендикулярно оси цилиндра, а поток падающих нейтронов параллельно ей), пренебрегая ядром вихря, можно получить особенно простые выражения

$$\frac{d\Sigma_{\text{M}}^{\perp}}{d\Omega} \frac{1}{4Vb_{\text{H}}^2M_{\text{S}}^2} = \frac{\pi^2(J_1H_0 - J_0H_1)^2}{4k^2} - \frac{J_1^2 \sin^2 \alpha}{k^2} + \frac{b^2((2k + \pi(1 - k^2)H_0)J_1 - (2k^2 + \pi(1 - k^2)H_1)J_0)^2 \sin^2 \alpha}{4k^4}, \quad (15)$$

где  $J_n = J_n(k)$  и  $H_n = H_n(k)$  обозначают, соответственно, функции Бесселя и функции Струве, вычисленные при значении аргумента  $k = qR$ ,  $\mathbf{q} = \{q_x, 0, q_z\} = q\{\sin \alpha, 0, \cos \alpha\}$  и  $V = \pi R^2 L$ , где  $R$  — радиус цилиндра, а  $L$  — его толщина. Для интерпретации экспериментов по рассеянию нейтронов сильно неоднородными магнитными текстурами вдалеке от состояния магнитного насыщения, обычный метод разделения ядерного и магнитного вкладов работает плохо. Предлагается добавлять обратно к магнитному сечению рассеяния вклад от однородно намагниченного состояния (который легко рассчитать), чтобы не маскировать в нём вклад сильно неоднородных состояний.

В конце главы приведены её основные выводы. Результаты второй главы

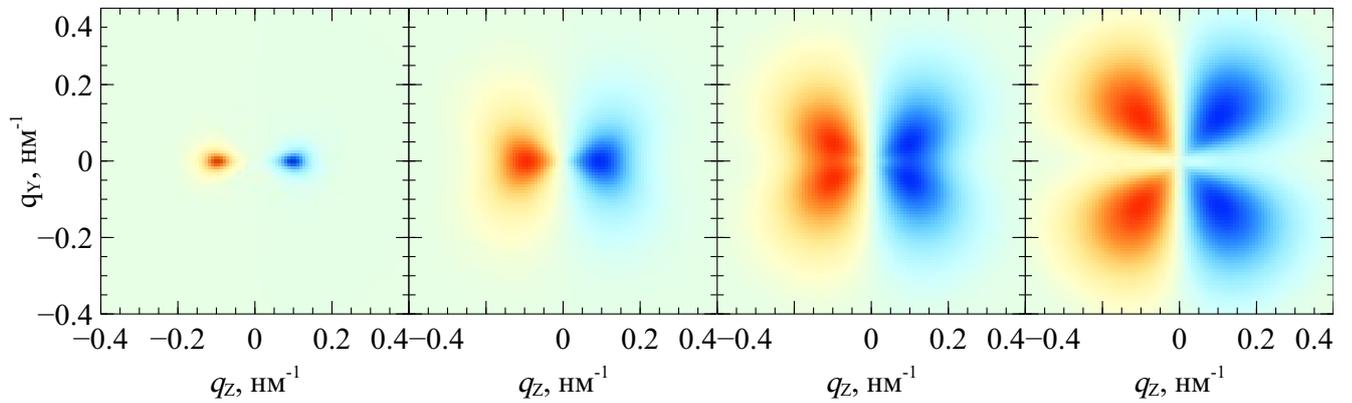


Рисунок 3. Разность сечений рассеяния с поворотом спина  $2i\chi(\mathbf{q})$  в перпендикулярной геометрии магнетика с взаимодействием Дзялошинского-Мория. Графики слева направо соответствуют значениям внутреннего поля  $h = 0.3, 0.6, 1.0, 3.5$ . Значения остальных параметров приведены в диссертации

опубликованы в статьях [A1–A4].

**В третьей главе** рассматривается задача о нахождении метастабильных состояний ферромагнетика, имеющего форму планарного цилиндра с произвольной формой основания. Результатом является модель основных, метастабильных и промежуточных состояний, представленных в виде функций комплексной переменной. Кроме того, здесь решена задача о доменной границе с перетяжками.

Задача состоит в нахождении конфигураций локальных магнитных моментов с минимальной (экстремальной) энергией (состоящей из обменного и магнитостатического взаимодействия) в планарном цилиндрическом нанозаэлементе с произвольной формой образующей, изображённом на рисунке 4. Она сводится к нелинейной системе интегро-дифференциальных уравнений в частных производных, которая на сегодня не поддаётся точному решению. Для её приближённого решения предложен подход, последовательной минимизации различных слагаемых в потенциальной энергии (от наиболее к наименее значимым). Идейно он близок к используемому в квантовой механике адиабатическому приближению (приближение Борна-Оппенгеймера).

Результатом применения этого подхода является схема, позволяющая по-

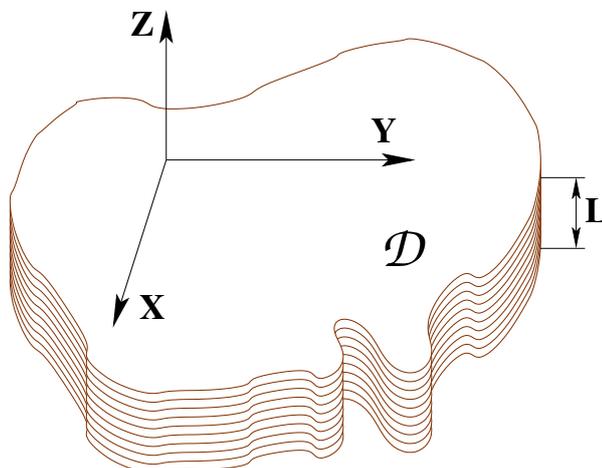


Рисунок 4. Некруговой цилиндр и оси декартовой системы координат

лучить выражения для магнитных текстур в планарных элементах произвольной формы, параметризованные набором скалярных переменных. Состоит она в том, чтобы сначала решить краевую задачу Римана-Гильберта и найти мероморфную (аналитическую везде, за исключением множества полюсов в конечной части комплексной плоскости и, возможно, изолированной особой точки на бесконечности) в области  $\mathcal{D}$  (представляющей собой основание цилиндра, изображённого на рисунке 4) функцию  $f(z)$  комплексной переменной  $z = X + iY$  такую, что на границе  $\partial\mathcal{D}$  области  $\mathcal{D}$  она не имеет нормальных компонент. Эта линейная краевая задача даёт множество решений, параметризованных набором скалярных параметров. На их основе строится сшивка солитона [7] и сингулярного мерона [12]

$$w(z, \bar{z}) = \begin{cases} f(z)/e_1 & |f(z)| \leq e_1 \\ f(z)/\sqrt{f(z)\bar{f}(\bar{z})} & e_1 < |f(z)| \leq e_2 \\ f(z)/e_2 & |f(z)| > e_2 \end{cases}, \quad (16)$$

с двумя дополнительными скалярными параметрами  $e_1$  и  $e_2$ , определяющими размер солитонных “шапок” вокруг неопределённостей  $0/0$  и  $\infty/\infty$  в сингулярном мероне. Наконец, декартовы компоненты безразмерного вектора намагниченности  $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_S$  выражаются при помощи стереографической проекции

$$\begin{aligned} m_X + im_Y &= \frac{2w(z, \bar{z})}{1 + w(z, \bar{z})\bar{w}(z, \bar{z})} \\ m_Z &= \frac{1 - w(z, \bar{z})\bar{w}(z, \bar{z})}{1 + w(z, \bar{z})\bar{w}(z, \bar{z})}. \end{aligned} \quad (17)$$

Эту схему несложно реализовать и она часто приводит к простым аналитическим результатам. Приведены примеры таких одновихревых состояний в цилиндрах с круговой (рисунок 5), треугольной (рисунок 6) и прямоугольной (рисунок 7) формой основания.

В частности, для прямоугольного цилиндра мероморфную функцию  $f(z)$  можно представить в виде

$$f(z) = (itc + A - \bar{A}t^2)T'(t)|_{t \rightarrow T^{-1}(z)}, \quad (18)$$

$$T(t) = C_1 \left( \int_0^t \frac{1}{\sqrt{1 + t^4 - 2t^2 \cos 2\delta}} dt + C_0 \right), \quad (19)$$

где  $z = T(t)$  — конформное отображение единичного диска  $|t| < 1$  на (прямоугольное) основание цилиндра  $z \in \mathcal{D}$ ,  $C_1$  и  $C_2$  при этом определяют общий размер (масштаб), поворот и положение основания на комплексной плоскости, а  $\delta$  — соотношение его сторон. В данном случае без ограничения общности можно положить в (16)  $e_1 = 1$ , тогда оставшиеся действительные константы  $c$ ,  $e_2$  и комплексная константа  $A$  параметризуют различные магнитные состояния в таком цилиндре, изображённые на рисунке 7. Для цилиндра с круговым основанием выражения ещё проще в силу того, что  $T(t) = t$ ,  $T'(t) = 1$ , а  $T^{-1}(z) = z$ . Все эти состояния содержат один магнитный вихрь внутри цилиндра.

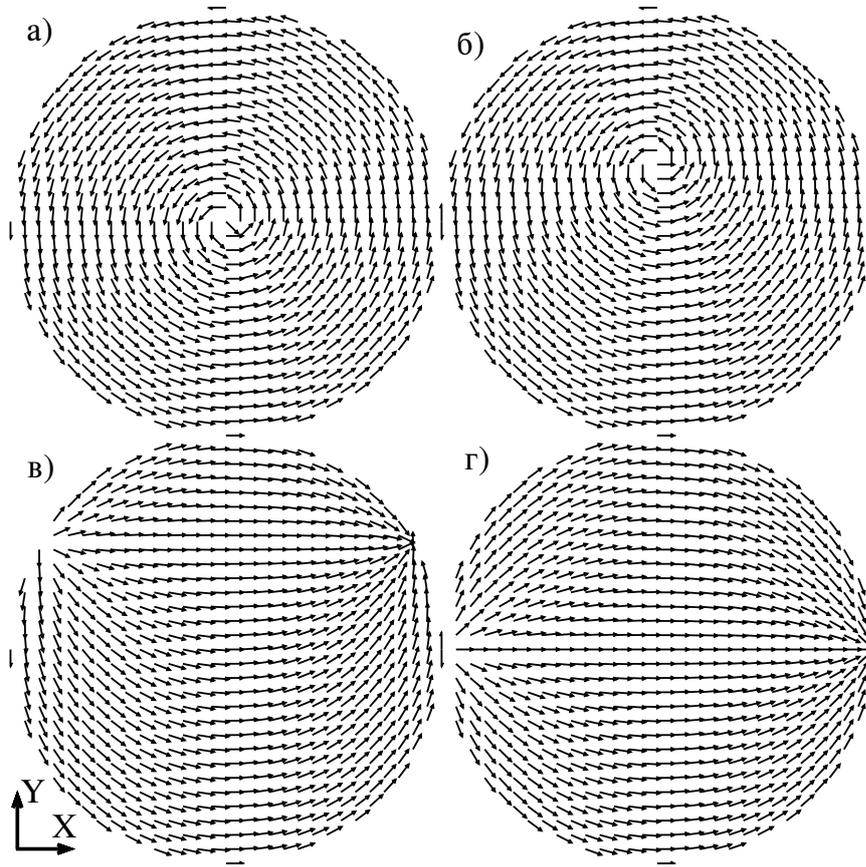


Рисунок 5. Векторные поля намагниченности, соответствующие магнитному вихрю в круговом цилиндре при  $c = 10$  и разных значениях параметра  $A$ : а) центрированный магнитный вихрь при  $A = 0$ ; б) смещённый магнитный вихрь при  $|A| < c/2$ ; в) состояние типа “С” при  $|A| > c/2$ ; и г) состояние типа “лист” при  $|A| \gg c$

Для описания многотовревых состояний развит альтернативный подход к решению задачи Римана-Гильберта, который позволяет, например, получить простые аналитические выражения для сложных конечных доменных границ в полосе по одной и группами (рисунок 8).

Далее исследуется магнитная конфигурация и энергия доменной границы с перетяжками, изображённой на рисунке 9 и описываемой комплексной функцией

$$w_{CT} = i \tan(z/d), \quad (20)$$

где  $d$  определяет толщину доменной границы. Обменная и магнитостатическая энергии такой конфигурации являются функциями параметра  $d$ . Они были вычислены аналитически и точно, а затем проминимизированы по  $d$  численно. Равновесная энергия доменной границы с перетяжками в сравнении с равновесной энергией доменной границы Нееля (по модели Дитце-Томаса) и границы Блоха (по модели Ландау-Лифшица) показаны на рисунке 10. Отсюда видно, что доменная граница с перетяжками является равновесной конфигурацией в определённом диапазоне толщин плёнки.

В конце главы приведены её основные выводы. Результаты третьей главы опубликованы в статьях [A5–A8].

**В четвёртой главе** детально исследуются магнитные текстуры в цилин-

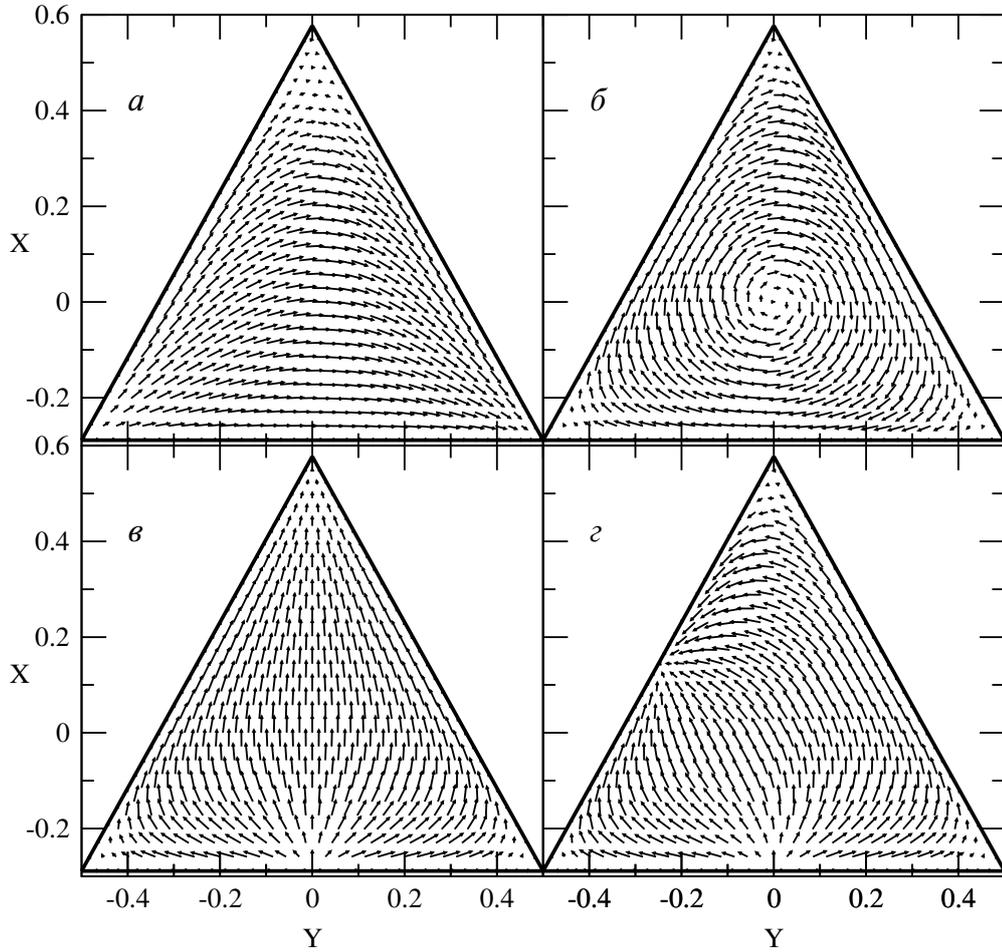


Рисунок 6. Векторные поля намагниченности в треугольном цилиндре (18), (16), (17) с  $e_1 = 1$ ,  $e_2 = 4$  и а) с двумя, закреплёнными в углах, “ежами” ( $c = 0$ ,  $A = -2i$ ); б) с центрированным магнитным вихрем ( $A = 0$ ,  $c = 1$ ); в) в конфигурации типа “лист” ( $A = 1$ ,  $c = 0$ ); г) с “ежами”, закреплёнными в центрах сторон ( $A = e^{i\pi/6}$ ,  $c = 1$ ). Аналогичные состояния получаются в численных расчётах [13] и в эксперименте [14, 15]

дре с круговым основанием, используя одну из пробных функций, полученных в Главе 3, и её обобщения. Развита метод точного аналитического вычисления обменной энергии магнитных текстур, представленных в виде функций комплексной переменной. Получены приближённые аналитические формулы для магнитостатической энергии центрированного магнитного вихря в круговом цилиндре. С их помощью там же получены соответствующие приближённые выражения для равновесной энергии магнитного вихря и радиуса его ядра, которые с высокой точностью справедливы во всей области существования магнитных вихрей.

Представлен проект Magnetism@home. В нём, используя массивно-параллельные вычисления, рассчитывалась магнитостатическая энергия распределений намагниченности, описываемых следующей функцией комплексной переменной

$$f^{M@H}(z) = c \left( \frac{it}{p} - \frac{1}{2} \left( a - \frac{\bar{a}t^2}{p^2} \right) \right) T'(t) \Big|_{t=T^{-1}(z)}, \quad (21)$$

с вариационными параметрами  $c$ ,  $p$  и  $a$ , представляющая собой обобщение выра-

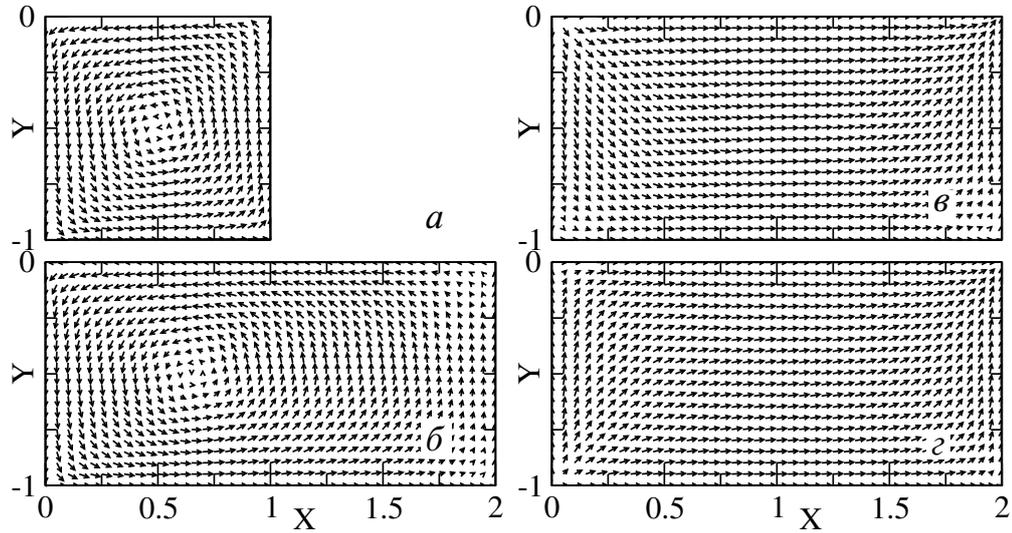


Рисунок 7. Векторные поля намагниченности в прямоугольном цилиндре (19), (18), (16), (17): а) центрированный вихрь  $c = 2$ ,  $A = 0$ ,  $\delta = \pi/4$ ; б) смещённый вихрь  $c = 3$ ,  $A = 6i/5$ ; в) структура типа “С”  $c = 2$ ,  $A = 11.6$ ; г) структура типа “S”  $c = 0$ ,  $A = 6e^{20.172426}$ . На всех картинках  $e_1 = 1$  и  $e_2 = 6$

жения, полученного в Главе 3. В круговом цилиндре  $T(t) = t$ , а фазой параметра  $a$  можно пренебречь. Поэтому магнитостатическая энергия зависит только от четырёх скалярных действительных параметров:  $c$ ,  $a$ ,  $p$  и отношения толщины к радиусу цилиндра  $g = L/R$ . Весь их диапазон можно отобразить на единичный четырёхмерный куб, так, что каждой точке в нём соответствует некоторая магнитная конфигурация. Табулируя магнитостатическую энергию всех этих конфигураций с очень малым шагом внутри куба и комбинируя её с обменной энергией, вычисленной аналитически, можно затем легко найти и классифицировать состояние с минимальной энергией для каждой комбинации геометрических размеров цилиндра. Полученная таким образом численная магнитная фазовая диаграмма представлена на рисунке 11 цветной заливкой.

На этой карте видно, что в некоторой области параметров (выделенной жёлтым цветом между линиями а и б) основным состоянием цилиндра является т.н. “большой магнитный вихрь” с размерами ядра, большими радиуса основания цилиндра. Равновесие и стабильность этого состояния были исследованы аналитически, что позволило получить выражения для линий переходов, очерчивающих его область существования, которые подтвердили правильность численных расчётов. Расчёты показывают, что размеры цилиндра можно подобрать так, что классический и большой магнитные вихри в нём являются метастабильными, и даже так, что их равновесные энергии равны. Это, в совокупности с тем, что большие магнитные вихри существуют на границе области однодоменности, а значит являются одними из самых маломасштабных неоднородных магнитных состояний, делает их интересным объектом для изучения с целью построения устройств магнитной записи и хранения информации. При условии, конечно, что размеры и форму наночилиндра получится контролировать достаточно точно, чтобы попасть (в довольно узкую) область их существования.

Рассмотрен коллапс магнитного вихря внешним полем, приложенным в плоскости цилиндра. Из-за того, что действие магнитного поля непосредственно

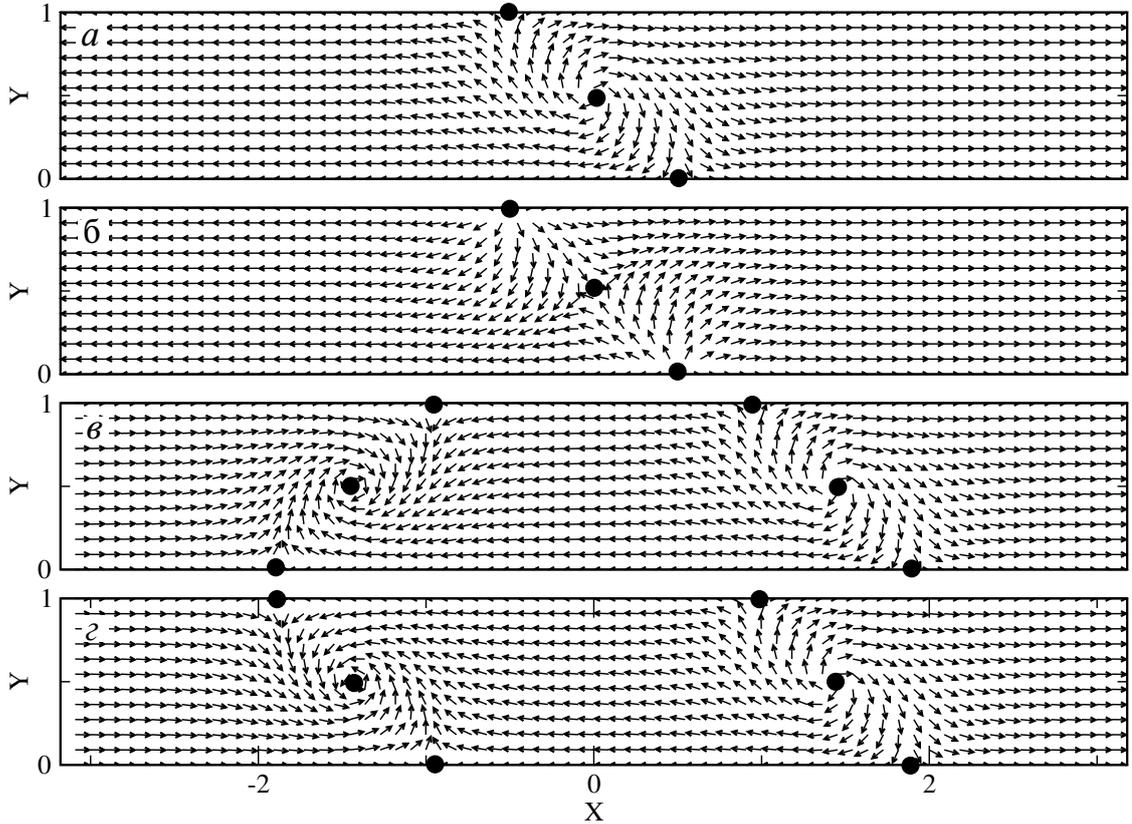


Рисунок 8. Конфигурации сложных конечных доменных границ в полосе: а) вихревая (сравните с результатами численного расчёта в [16]); б) антивихревая; в) и г) две разных конфигурации пары вихревых границ. Точками отмечены центры вихрей и антивихрей

поворачивает спины на границе цилиндра, от предположения отсутствия касательных к границе компонент намагниченности приходится отказаться. Конфигурацию намагниченности в цилиндре тогда можно записать как [17]

$$f_{C3}(z) = \frac{i}{b} \frac{z - a}{1 - \bar{a}z}, \quad (22)$$

где параметр  $b$  связан с радиусом магнитного вихря, а параметр  $0 \leq a \leq 1$  задаёт смещение его центра ( $|a| = 0$  соответствует центрированному вихрю, а  $|a| = 1$  однородно намагниченному в плоскости основания цилиндру). Магнитостатическую и обменную энергию при этом можно вычислить не прибегая к предположению малости  $a$ , что позволяет проанализировать стабильность магнитного вихря, значительно смещённого внешним магнитным полем. Для описания процесса коллапса можно ввести две характерных величины магнитного поля: поле  $h_{eq}$ , соответствующее равенству энергий смещённого полем вихря и однородного состояния намагниченности в том же поле; и  $h_{ан}$  — поле аннигиляции вихря, при превышении которого он теряет стабильность относительно дальнейшего движения в сторону границы цилиндра. Величина этих полей вычислена из первых принципов и построена вместе с экспериментальными данными на рисунке 12. Как видим, при малых радиусах цилиндра экспериментально измеренное поле аннигиляции вихря перестаёт следовать  $h_{ан}$  и приближается к  $h_{eq}$ , что можно объяснить тепловой активацией процесса выталкивания вихрей в таких маленьких цилиндрах.

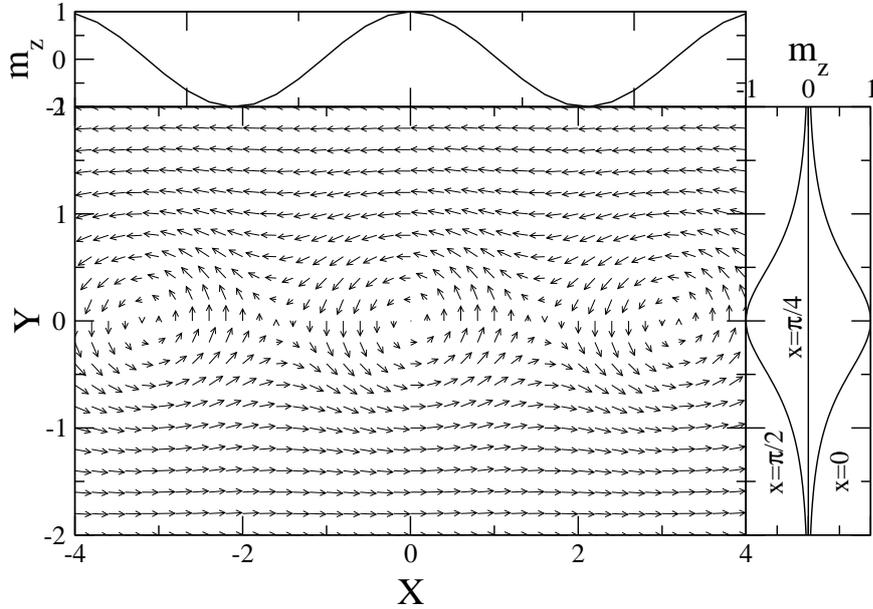


Рисунок 9. Распределение намагниченности внутри доменной границы с перетяжками (20), (17) с  $d = 1$

Далее исследуется модель квазиоднородного состояния намагниченности в круговом цилиндре

$$w(z, \bar{z}) = \sqrt{\frac{p^2 - z^2}{p^2 - \bar{z}^2}}, \quad (23)$$

являющаяся обобщением выражения, полученного в Главе 3, и частным случаем формулы (21). Вычисление равновесной энергии этого состояния и сравнение её с энергией цилиндра, однородно намагниченного вдоль своей оси, позволяет уточнить классический результат Джозефа [19] относительно перехода между этими двумя (квази) однородными состояниями. В случае изолированного цилиндра учёт квазиоднородности приводит к незначительной (хоть и фундаментальной) поправке.

Но в квадратном массиве взаимодействующих намагниченных в плоскости массива цилиндров учёт квазиоднородности приводит к принципиально новому эффекту — анизотропии четвёртого порядка относительно направления внешнего поля в плоскости массива. Этот эффект был впервые обнаружен экспериментально в [20]. Вычисляя равновесную энергию квазиоднородно намагниченного цилиндра (и учитывая при этом магнитостатическое взаимодействие с остальными такими же цилиндрами в массиве) можно из первых принципов вычислить величину соответствующей константы анизотропии 4-го порядка в плоскости массива. Зависимость этой константы от величины приложенного внешнего поля (рисунок 13) и от расстояния между цилиндрами в массиве (рисунок 14) хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Рассмотрена задача о стабильности квазиоднородных в плоскости состояний намагниченности путём анализа равновесной энергии распределений намагниченности (21). Вычислена область стабильности, рассмотренного ранее, состояния типа лист. Оказывается, что при увеличении геометрических размеров цилиндра (уменьшении обменной длины — например, за счёт изменения температуры или давления) это состояние не переходит сразу в вихревое состо-

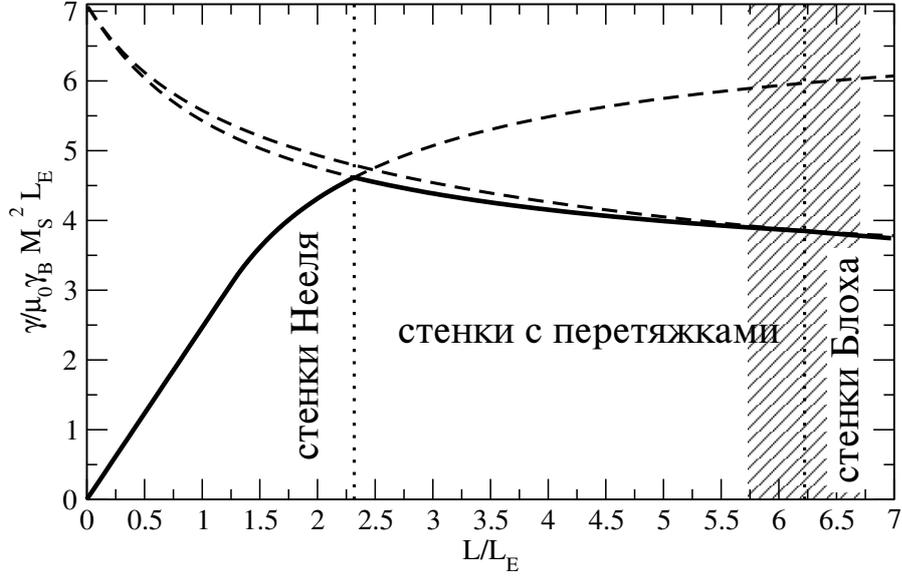


Рисунок 10. Равновесная энергия доменных границ на единицу их площади как функция толщины плёнки

яние, а возникает промежуточная фаза — изогнутое состояние типа “С”, которое уже, при дальнейшем увеличении размеров, превращается в магнитный вихрь. Области существования и сосуществования этих состояний рассчитаны аналитически и нанесены на магнитную фазовую диаграмму (рисунок 15). Эта фазовая диаграмма является, конечно, приближённой, но она даёт неплохое представление о типах магнитных состояний в наноцилиндрах тех или иных размеров, что может быть полезным при планировании экспериментов и проектировании устройств, использующих магнитные наноцилиндры.

В конце главы приведены её основные выводы. Результаты четвёртой главы опубликованы в статьях [A9–A16].

**В пятой главе** рассматривается линейная и нелинейная динамика магнитных текстур в планарных наноэлементах на базе пробных функций, полученных в Главе 3.

В начале, кинетическая часть лагранжиана Дёринга  $\mathcal{T}$  выражена непосредственно в терминах комплексных функций Главы 3. Она зависит от, входящих в эти функции, скалярных параметров и их производных по времени. Потенциальная энергия  $E$  также может быть записана в терминах этих параметров. Варьируя теперь лагранжиан  $\mathcal{L} = \mathcal{T} - E$ , можно получить уравнения движения для параметров комплексных функций. Конкретно для комплексной функции (18) в случае кругового цилиндра (для которого конформное преобразование тождественно:  $T(z) = z$ ), предполагая, что параметр  $A(t) = c a(t) = c(a_X(t) + i a_Y(t))$  зависит от времени, во втором порядке по малым смещениям центра вихря  $|a| \ll 1$  получается следующий лагранжиан

$$\ell = \pm \kappa_2 (a_X(t) \dot{a}_Y(t) - a_Y(t) \dot{a}_X(t)) - k_2 (a_X^2(t) + a_Y^2(t)), \quad (24)$$

где  $\ell = \mathcal{L}/(\mu_0 \gamma_B M_S^2 \pi L R^2)$ ,  $k_2$  является безразмерной величиной, а  $\kappa_2 = (1 + (4 \log 2 - 3)/c^4)/(\gamma_p \mu_0 \gamma_B M_S)$  имеет размерность времени;  $k_2$  является коэффициентом разложения потенциальной энергии  $E/(\mu_0 \gamma_B M_S^2 \pi L R^2) = k_0 + k_2 |a|^2 + O(|a|^4)$ , а знак соответствует поляризации ядра вихря (знаку  $m_Z$  в его центре).

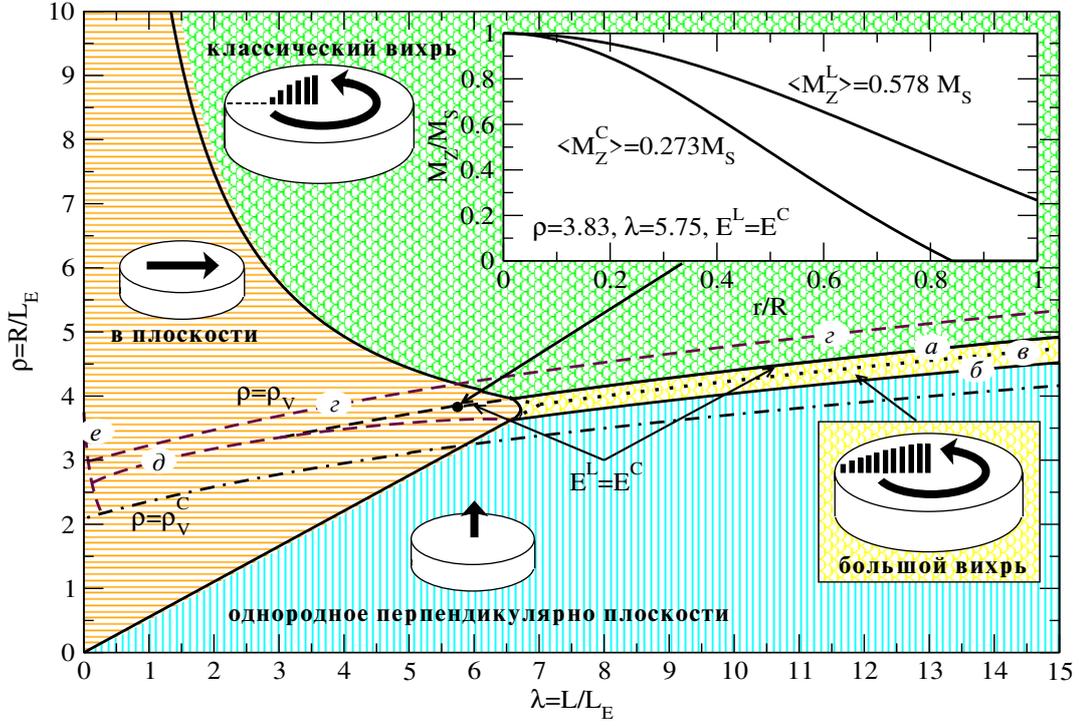


Рисунок 11. Равновесие и стабильность состояния типа “большой магнитный вихрь” в круговых цилиндрах различных радиусов  $R$  и толщин  $L$  в изотропном магнитном материале с обменной длиной  $L_E$  и намагниченностью насыщения  $M_S$ . Сплошные линии соответствуют попарному равенству энергий различных состояний и отделяют друг от друга области параметров, где эти состояния (однородное в плоскости, однородное параллельно оси цилиндра, классический магнитный вихрь и большой магнитный вихрь) являются основными. Линии, подписанные буквами, обсуждаются в тексте. Пунктирные линии соответствуют различным способам потери стабильности магнитным вихрем. Штрих пунктирная линия  $\rho_V^C$  — радиус классического вихря, который зависит только от толщины цилиндра. Вставка показывает распределение компоненты намагниченности  $M_Z/M_S$ , выходящей из плоскости цилиндра, как функцию радиальной координаты  $r/R$  в большом и классическом вихрях при конкретной геометрии цилиндра, где оба этих состояния стабильны и имеют одинаковую энергию ( $E^L = E^C$ )

Вариация даёт следующие уравнения движения

$$\begin{aligned} \kappa_2 \dot{a}_X(t) \pm k_2 a_Y(t) &= 0, \\ \kappa_2 \dot{a}_Y(t) \mp k_2 a_X(t) &= 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Для начальных условий  $a_X(0) = a_0$ ,  $a_Y(0) = 0$ , их решением является

$$\begin{aligned} a_X(t) &= a_0 \cos(\omega t) \\ a_Y(t) &= \pm a_0 \sin(\omega t), \end{aligned} \quad (26)$$

что соответствует круговому движению вихря вокруг центра цилиндра с частотой  $\omega = \omega_0 = k_2/\kappa_2$ . В предельном случае больших плоских цилиндров  $R \gg L$

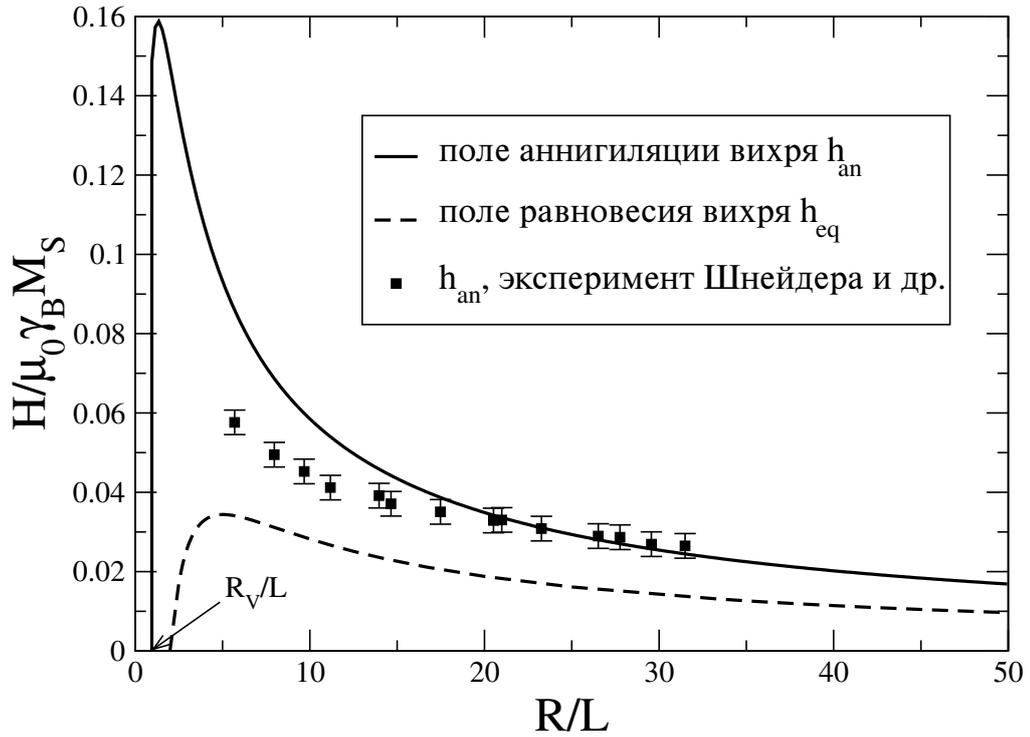


Рисунок 12. Характерные поля исчезновения вихря в пермаллоевом ( $L_E = 5$  нм) цилиндре толщиной  $L = 15$  нм как функция его радиуса. Экспериментальные точки взяты из [18]

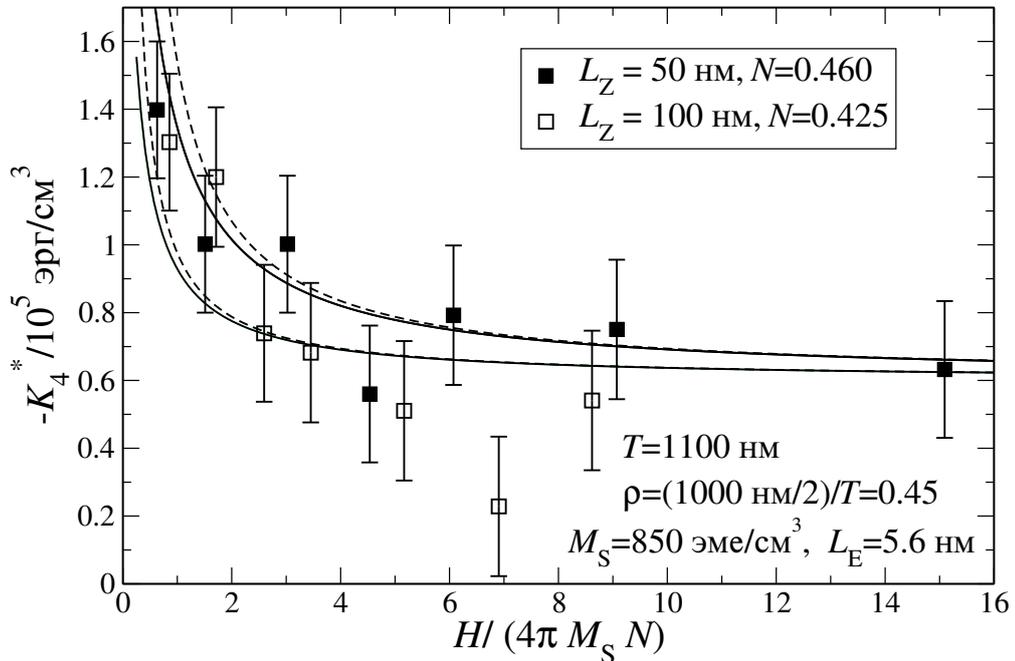


Рисунок 13. Зависимость константы анизотропии 4-го порядка  $K_4^*$  от величины магнитного поля, приложенного в плоскости массива. Экспериментальные точки взяты из [20]. Пунктирные линии — приближённое асимптотическое выражение для больших полей. Верхний набор точек и линий соответствует  $L = 100$  нм, нижний  $L = 50$  нм. Значения размагничивающего фактора в плоскости частицы  $N$  даны на вставке

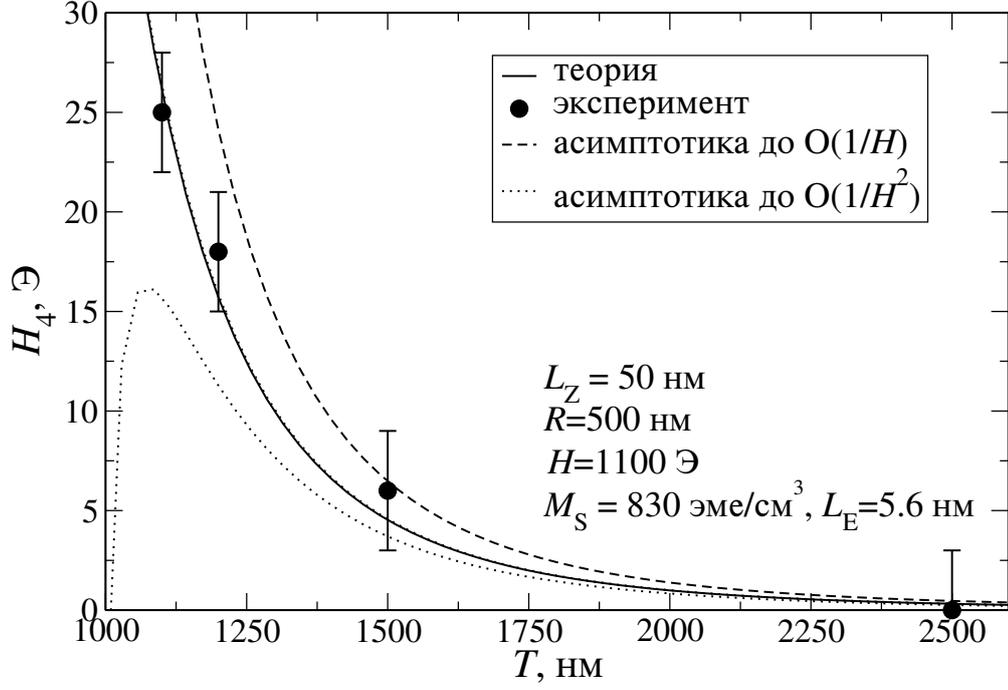


Рисунок 14. Зависимость поля анизотропии четвёртого порядка  $H_4$  от периода массива. Экспериментальные точки взяты из [21]. Линии из штрихов и точек показывают асимптотики до порядков  $O(1/h)$  и  $O(1/h^2)$ , соответственно. Значение  $L_E$  получено из измеренной [22] обменной константы ( $A = C/2$ )

частота прецессии равна

$$\nu = \frac{k_2}{2\pi\kappa_2} = \frac{\gamma_p\mu_0\gamma_B M_S}{\pi} \int_0^\infty \frac{f_{MS}(kg)}{k} \left[ \int_0^1 \eta J_1(k\eta) d\eta \right]^2 dk, \quad (27)$$

$$\nu \simeq \gamma_p\mu_0\gamma_B M_S g \frac{2(2G-1)}{6\pi^2} \quad \text{при } g \ll 1 \quad (28)$$

где  $f_{MS}(x) = 1 - (1 - e^{-x})/x$ ,  $g = L/R \ll 1$  и  $G = 0.915966\dots$  — постоянная Каталана. Это выражение (кроме единиц измерения и значения численной константы) совпадает с выражением для частоты вихря, полученным в [23] с использованием уравнения Тилиа для динамических членов в уравнении движения и функции (18) для вычисления потенциальной энергии. Оно находится в превосходном согласии с экспериментом [23]. В общем случае, частота прецессии вихря в цилиндрах различных размеров показана на рисунке 16.

Здесь важно подчеркнуть, что использование уравнения Тилиа, подразумевающего трансляцию магнитной текстуры как целого, вместе с потенциальной энергией смещённого магнитного вихря (18), вообще говоря, противоречиво (из-за того, что динамическая и статическая часть уравнений движения оказываются вычисленными для разных распределений намагниченности). Совпадение результатов в предельном случае тонких цилиндров большого радиуса обусловлено тем, что ядро вихря при прецессии малой амплитуды в таких цилиндрах деформируется слабо. Изложенный здесь подход непротиворечив и учитывает возможную деформацию ядра вихря.

Кроме того, в отличие от уравнения Тилиа, лагранжев подход позволяет

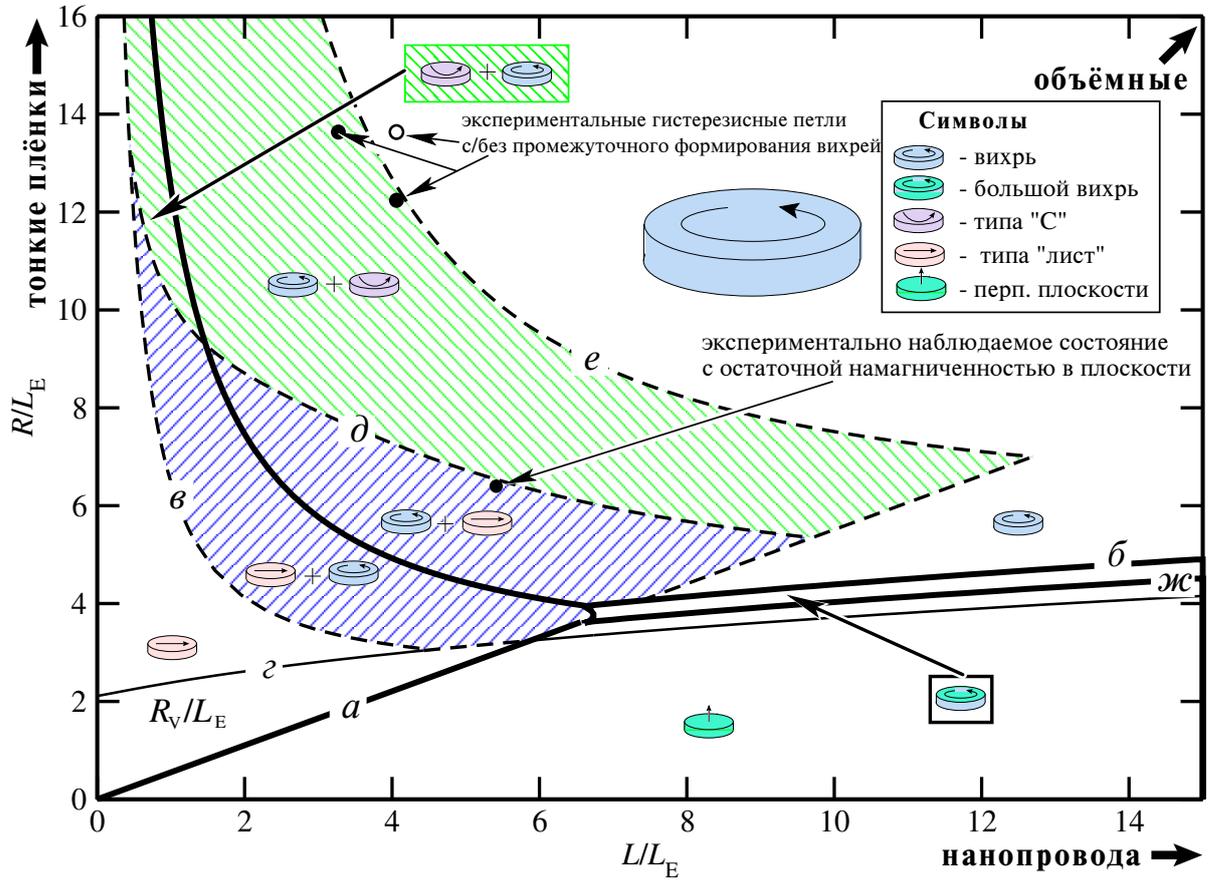


Рисунок 15. Основные и метастабильные состояния кругового наноцилиндра. Сплошные толстые линии соответствуют равенству равновесных энергий различных состояний. Пунктирные линии — границы стабильности. В областях, выделенных штриховкой, стабильным может быть более чем одно состояние (при этом левый символ соответствует основному состоянию). Область метастабильности большого вихря показана отдельно на рисунке 11

учесть диссипацию путём введения диссипативной функции Релея (аналогично тому, как это было сделано Гильбертом для уравнения Ландау-Лифшица). Магнитный вихрь при этом движется по спирали, сходящейся к центру цилиндра, а его частота (как и в случае классического осциллятора) начинает зависеть от коэффициента диссипации.

Для рассмотрения слабонелинейной прецессии вихря (что в принципе невозможно сделать при помощи уравнения Тила) в лагранжиан включены члены следующего (4-го) порядка разложений по  $|a|$  кинетической и потенциальной энергии. Это приводит к зависимости частота его прецессии начинает зависеть от её амплитуды

$$\omega = \frac{k_2 + 2a_0^2 k_4}{\kappa_2 + 2a_0^2 \kappa_4} \simeq \omega_0 + 2\alpha a_0^2 + \dots \quad (29)$$

$$\omega_0 = k_2 / \kappa_2, \quad \alpha = \frac{k_4 \kappa_2 - k_2 \kappa_4}{\kappa_2^2}. \quad (30)$$

Все коэффициенты в выражении для амплитудно-частотного сдвига вычислены в работе из первых принципов, а его величина находится в хорошем согласии с доступными экспериментальными данными.

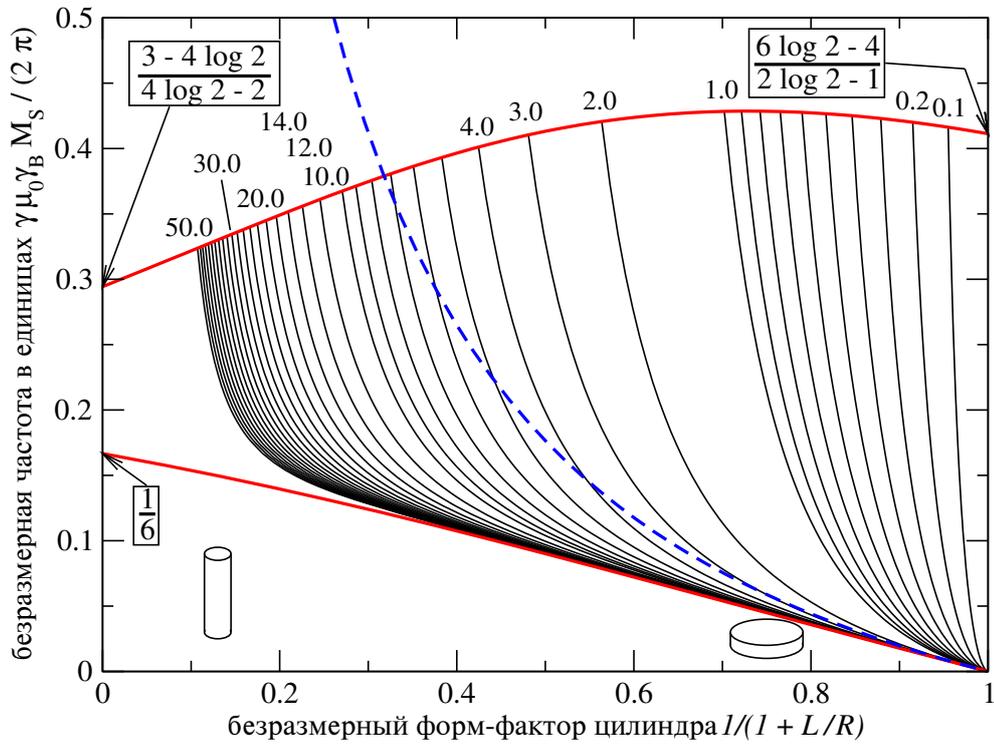


Рисунок 16. Частоты свободной прецессии магнитного вихря в круговом цилиндре радиуса  $uR$  и толщины  $L$  из магнитомягкого материала с намагниченностью насыщения  $M_S$  и обменной длиной  $L_E$ . По горизонтали отложен фактор формы цилиндра  $g = L/R$  в нелинейном масштабе, чтобы покрыть все его значения. Тонкие сплошные линии соответствуют различным толщинам цилиндра, измеренным в единицах  $L_E$ . Значения толщин отложены с равным шагом между каждой парой нанесенных цифровых меток. Нижняя охватывающая толстая линия соответствует пределу больших цилиндров с пренебрежимым ядром, верхняя охватывающая линия соответствует цилиндрам с радиусом, равным радиусу ядра. Пунктирная линия — разложение первого порядка (28) нижней охватывающей линии в окрестности  $g = 0$ . Выражения дают точные аналитические выражения для частот в некоторых предельных геометрических конфигурациях цилиндров. Схематические изображения цилиндров иллюстрируют их форму на разных сторонах горизонтальной оси

В конце главы приведены её основные выводы. Результаты пятой главы опубликованы в статьях [A17, A18].

**В шестой главе** подход, описанный в Главе 3, распространён на случай многосвязных планарных наноэлементов или, другими словами, (цилиндрических) элементов с (цилиндрическими) отверстиями.

В начале решение задачи Римана-Гильберта для распределений в многосвязных областях представлено в явном аналитическом виде при помощи функции Шоттки-Клейна [24]. Таких, например, как вихревая доменная граница в кольце, показанная на рисунке 17.

Аналитическое вычисление энергии распределений намагниченности, представленных при помощи таких сложных специальных функций, затруднительно. Но и без этого можно установить достаточно простые общие законы, которым они подчиняются. Эти законы (топологические ограничения) вытекают из

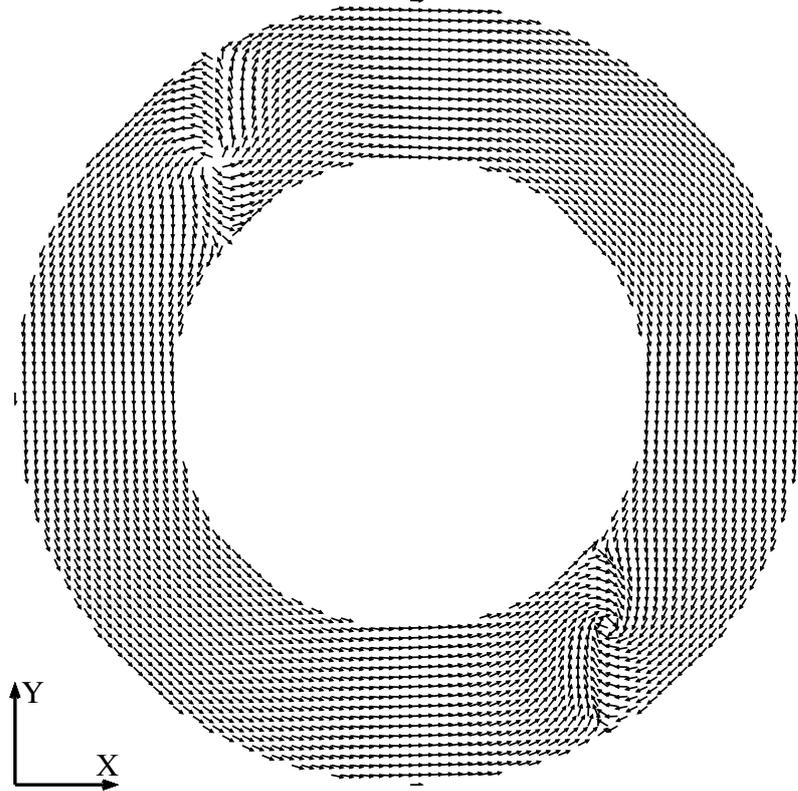


Рисунок 17. Вихревая доменная граница в кольце

топологии магнитного нанoeлементa и тесно связаны с известной в математике теоремой Абеля, лежащей в основе теории абелевых интегралов. В простейшем случае концентрического кольца существует одно такое уравнение связи

$$\text{Arg}(f)_+ - \text{Arg}(f)_- \in \pi\mathbb{Z}, \quad (31)$$

где  $\text{Arg}(f)_\pm$  — сумма аргументов (азимуты) всех нулей/полусов  $f(z)$  в концентрическом кольце, вычисленная в единицах  $2\pi$ , взятая с учётом их кратности и с весом  $1/2$ , если нуль/полус лежит на границе цилиндра. Другими словами: сумма азимуты вихрей, отсчитанная из центра кольца в единицах  $2\pi$ , равна сумме азимуты антивихрей по модулю  $\pi$ . Это соотношение было проверено на основании независимых экспериментальных данных [25] и очень точно выполняется на протяжении сложного динамического процесса (с полным поворотом всей магнитной текстуры) вихревой доменной границы в кольце (рисунок 17).

Рассмотрен и ещё более простой пример топологических ограничений, возникающих в периодических магнитных текстурах. Для любой такой текстуры:

- 1) Число вихрей равно числу антивихрей (сёдел) в каждой элементарной ячейке.
- 2) Сумма положений центров вихрей в ячейке и сумма положений центров антивихрей равны друг другу с точностью до вектора решётки.
- 3) Сумма хиральностей  $\chi_j$  всех вихрей внутри элементарной ячейки равна нулю.

Хиральность  $\chi_j$  вихря номер  $j$  с центром в  $z = z_j$  величиной коэффициента разложения Тейлора функции  $f(z)$  в окрестности её нуля:  $f(z) = (z - z_j)/\chi_j + O((z - z_j)^2)$ . Намагниченность вихря  $j$  вращается против часовой стрелки, если соответствующая  $\text{Im } \chi_j > 0$  (по часовой, если  $< 0$ ).

Эти ограничения глобальны (связывают характеристики многих топологических особенностей) и выполняются для широкого круга моделей: модели Скирмы; суперпозиции спиралей [26], моделирующей решётку вихрей в  $MnSi$ ; плотно упакованной решётки цилиндрических магнитных доменов (ЦМД). Они обусловлены необходимостью непрерывного согласования фазы комплексной функции  $f(z)$ , описывающей магнитную текстуру. Это означает, что в случае, когда эта фаза не определена (например, в разреженной решётке ЦМД далеко от доменных границ), необходимость в её глобальном согласовании отсутствует. В целом, выполнение или невыполнение топологических ограничений позволяет провести грань между топологическими состояниями (скирмионами) и магнитными доменами. Первые связаны глобальными топологическими ограничениями, в то время как последними можно управлять индивидуально. На базе ЦМД уже давно существуют реализации последовательных (тьюринговских) вычислительных систем. В свою очередь, глобальность топологических ограничений подразумевает глобальный параллелизм (когда все взаимодействуют со всеми) и наводит на мысль о потенциальной возможности создания версии топологического квантового компьютера [27], использующего топологические солитоны для вычислений.

В конце главы приведены её основные выводы. Результаты шестой главы опубликованы в статьях [A19–A21].

## Заключение

Сейчас магнитные наноэлементы применяются как основа структурированных сред для традиционной магнитной записи [28], в магнитных туннельных транзисторах [29], в устройствах магнитной записи с произвольным доступом [30–33], в качестве управляемых генераторов микроволн [34, 35], которые нашли своё применение, в том числе, и для аппаратной реализации перцептрона [36]. Активно развиваются приложения скирмионов не только для хранения, но и для обработки информации [37], подобные устройствам на цилиндрических магнитных доменах прошлого века [38, 39], но уже на новом технологическом уровне.

В целом, можно сказать, что возможности магнетизма по надёжному хранению информации остаются на сегодня непревзойдёнными. И, возможно, с совершенствованием и удешевлением устройств магнитной памяти с произвольным доступом, останутся такими ещё долго. Что касается обработки информации, то так же как и устройства на цилиндрических доменах прошлого века, магнитные технологии всё ещё проигрывают электронике, как по плотности информации (переключение современных транзисторов происходит за счёт заряда буквально считанных электронов), так и по скорости её обработки (тактовая частота современных процессоров уже вплотную подбирается к фундаментальному пределу, обусловленному конечностью скорости света). И, скорее всего, такое положение дел сохранится в ближайшей перспективе.

Но всё же есть ряд принципиально новых возможностей, которые открываются в связи с особыми свойствами магнитных солитонов. Важнейшим из них, является наличие топологических ограничений: законов сохранения, свя-

зывающих между собой свойства скирмионов глобально, в масштабе всей системы. Эти ограничения имеют фундаментальную природу с математическими корнями, уходящими к теореме Абеля, и появляются вследствие необходимости согласования фазы полного поворота вектора намагниченности при любом (вокруг отверстий и нет) обходе частицы — фазы Берри. Аналогичные глобальные законы сохранения и фаза Берри встречаются и в квантовой механике.

Другое свойство топологических солитонов — сохранение топологического заряда. И хотя, как в случае солитонов Белавина и Полякова, так и в рассмотренном здесь случае ограниченной геометрии, этот закон сохранения выполняется лишь приближённо, есть ряд простых способов увеличить энергетические барьеры, защищающие величину топологического заряда внутри частицы [40].

Вместе эти два свойства теоретически позволяют создать среду, в которой сохранялось бы общее количество солитонов и их свойства были бы связаны искусственно созданными и управляемыми глобальными ограничениями. На базе такой среды кажется возможным создать, если и не топологический квантовый компьютер [27], то, по крайней мере, массивно параллельный (за счёт глобальных ограничений) компьютер с не фон-неймановской архитектурой. При этом достоинство магнитных систем по сравнению с электронными, заключается в возможности контролировать “волновую функцию” системы.

В этом направлении хотелось бы сосредоточить усилия в ближайшем будущем. Принесёт это практические результаты или нет, сложно сказать. Но уже сама возможность существования сложных систем “матрёшек”, которые ведут себя так же, как и привычная нам материя, как элементарные частицы, являясь, на самом деле, лишь сложными состояниями материи в конденсированном состоянии — это само по себе удивительно. Изучая эти системы можно больше узнать как о самом конденсированном состоянии, так и об элементарных частицах, из которых конденсированные системы в конце концов состоят.

## Список публикаций

- A1. Experimental observation of magnetic poles inside the bulk magnets via  $q \neq 0$  Fourier modes of magnetostatic field [Text] / É. Périgo, E. P. Gilbert, K. L. Metlov, A. Michels // New J. Phys. — 2014. — Vol. 16. — P. 123031.
- A2. Metlov, K. L. Third-order effect in magnetic small-angle neutron scattering by a spatially inhomogeneous medium [Text] / K. L. Metlov, A. Michels // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 91, no. 5. — P. 054404.
- A3. Metlov, K. L. Magnetic neutron scattering by magnetic vortices in thin submicron-sized soft ferromagnetic cylinders [Text] / K. L. Metlov, A. Michels // Sci. Rep. — 2016. — Vol. 6. — P. 25055.
- A4. Effect of Dzyaloshinski-Moriya interaction on spin-polarized neutron scattering [Text] / A. Michels, D. Mettus, D. Honecker, K. L. Metlov // Phys. Rev. B. — 2016. — Vol. 94, no. 5. — P. 054424.
- A5. Metlov, K. L. Simple analytical description of the cross-tie domain wall structure [Text] / K. L. Metlov // Appl. Phys. Lett. — 2001. — Vol. 79, no. 16. — P. 2609–2611.
- A6. Metlov, K. L. Two-dimensional topological solitons in magnetic dots.

- [Text] / K. L. Metlov // Phys. Stat. Sol. A. — 2002. — Vol. 189, no. 3. — P. 1015–1018.
- A7. Metlov, K. L. Cross-tie domain wall ground state in thin films [Text] / K. L. Metlov // J. Low Temp. Phys. — 2005. — Vol. 139, no. 1. — P. 207–219.
- A8. Metlov, K. L. Magnetization patterns in ferromagnetic nano-elements as functions of complex variable [Text] / K. L. Metlov // Phys. Rev. Lett. — 2010. — Vol. 105, no. 10. — P. 107201.
- A9. Metlov, K. L. Micromagnetics and interaction effects in the lattice of magnetic dots [Text] / K. L. Metlov // J. Magn. Magn. Mater. — 2000. — Vol. 215–216, no. 8. — P. 37–39.
- A10. Gusliencko, K. Y. Evolution and stability of a magnetic vortex in small cylindrical ferromagnetic particle under applied field [Text] / K. Y. Gusliencko, K. L. Metlov // Phys. Rev. B. — 2001. — Vol. 63, no. 10. — P. 100403R.
- A11. Metlov, K. L. Stability of magnetic vortex in soft magnetic nano-sized circular cylinder [Text] / K. L. Metlov, K. Y. Gusliencko // J. Magn. Magn. Mater. — 2002. — Vol. 242–245. — P. 1015–1017.
- A12. Metlov, K. L. Quasiuniform magnetization state in soft ferromagnetic nanocylinders [Text] / K. L. Metlov, K. Y. Gusliencko // Phys. Rev. B. — 2004. — Vol. 70, no. 5. — P. 052406.
- A13. Metlov, K. L. Quasiuniform in-plane magnetization state of thin cylindrical dots in a square array and related anisotropy [Text] / K. L. Metlov // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Vol. 97, no. 12. — P. 127205.
- A14. Metlov, K. L. Map of metastable states for thin circular magnetic nanocylinders [Text] / K. L. Metlov, Y. P. Lee // Appl. Phys. Lett. — 2008. — Vol. 92, no. 11. — P. 112506.
- A15. Metlov, K. L. Equilibrium large vortex state in ferromagnetic disks [Text] / K. L. Metlov // J. Appl. Phys. — 2013. — Vol. 113, no. 22. — P. 223905.
- A16. Metlov, K. L. Analytical approximations to the core radius and energy of magnetic vortex in thin ferromagnetic disks [Text] / K. L. Metlov // J. Magn. Magn. Mater. — 2013. — Vol. 343. — P. 55–59.
- A17. Metlov, K. L. Vortex mechanics in planar nanomagnets [Text] / K. L. Metlov // Phys. Rev. B. — 2013. — Vol. 88, no. 1. — P. 014427.
- A18. Metlov, K. L. Vortex precession frequency and its amplitude-dependent shift in cylindrical nanomagnets [Text] / K. L. Metlov // J. Appl. Phys. — 2013. — Vol. 114, no. 22. — P. 223908.
- A19. Bogatyrev, A. B. Magnetic states in multiply-connected flat nanoelements [Текст] / A. B. Bogatyrev, K. L. Metlov // ФНТ. — 2015. — Т. 41, № 10. — С. 984–988.
- A20. Bogatyrev, A. B. Topological constraints on positions of magnetic solitons in multiply-connected planar magnetic nano-elements [Text] / A. B. Bogatyrev, K. L. Metlov // Phys. Rev. B. — 2017. — Vol. 95, no. 2. — P. 024403.
- A21. Bogatyrev, A. B. What makes magnetic skyrmions different from magnetic bubbles? [Text] / A. B. Bogatyrev, K. L. Metlov // J. Magn. Magn. Mater. — 2018. — Vol. 465. — P. 743–746.
- A22. Metlov, K. L. Zero-field phase transition from nearly uniform in-plane to out-of-plane magnetization state in soft magnetic cylinders [Text] / K. L. Metlov, K. Y. Gusliencko // INTERMAG, April 28 – May 2. — Amsterdam, The

- Netherlands : [s. n.], 2002. — P. EU14.
- A23. Metlov, K. L. Vortices and other two-dimensional topological solitons in magnetic nano-particles [Text] / K. L. Metlov // NATO ARW: Vortex Dynamics in High-Temperature Superconductors, May 17-22. — Tashkent, Uzbekistan : [s. n.], 2002. — P. 31.
- A24. Metlov, K. L. Topologically charged states in magnetic nano-elements and media [Text] / K. L. Metlov // NATO ARW: Vortex dynamics in superconductors and other complex systems, September 13-17. — Yalta, Ukraine : [s. n.], 2004. — P. 10.
- A25. Metlov, K. L. Metastability regions of magnetic states in thin circular nanocylinder [Text] / K. L. Metlov, Y. Lee // The 5<sup>th</sup> International Conference on Advanced Materials and Devices (ICAMD 2007), December 12 – 14. — Jeju, Republic of Korea : [s. n.], 2007. — P. 206.
- A26. Metlov, K. L. Micromagnetics and small-angle neutron scattering by spatially inhomogeneous ferromagnetic media [Text] / K. L. Metlov // III International Workshop on Dzyaloshinskii-Moriya Interaction and Exotic Spin Structures, May 26-30. — Pskov, Russia : [s. n.], 2015. — P. 109.
- A27. Метлов, К. Л. Микромагнетизм планарных нанозаэментов [Текст] / К. Л. Метлов // 50-я Школа ПИЯФ по Физике Конденсированного Состояния 14-19 марта. — Санкт-Петербург, Зеленогорск : [б. и.], 2016. — С. 10.
- A28. Metlov, K. L. Effect of Dzyaloshinski-Moriya interaction on spin-polarized neutron scattering [Text] / K. L. Metlov // IV International Workshop on Dzyaloshinskii-Moriya Interaction and Exotic Spin Structures, May 23-26. — Peterhof, Russia : [s. n.], 2017. — P. 116.
- A29. Метлов, К. Л. Киральность и топологические свойства магнитных текстур [Текст] / К. Л. Метлов // 51-я Школа ПИЯФ по Физике Конденсированного Состояния, 11-16 марта. — Санкт-Петербург : [б. и.], 2017. — С. 22.
- A30. Метлов, К. Л. Топологические уравнения связи в магнитных текстурах [Текст] / К. Л. Метлов, А. Б. Богатырёв // XXII Международный симпозиум «Нанозфизика и нанозлектроника», 12-15 марта. — Нижний Новгород : [б. и.], 2018. — С. 224.

## Цитированная литература

1. Hubert, A. Magnetic domains. The analysis of magnetic microstructures [Text] / A. Hubert, R. Schäfer. — Berlin : Springer, 1998. — 720 p.
2. Барьяхтар, В. Г. В мире магнитных доменов [Текст] / В. Г. Барьяхтар, Б. А. Иванов. — Киев : Наукова Думка, 1986. — 158 с.
3. Aharoni, A. Introduction to the theory of ferromagnetism [Text] / A. Aharoni. — Oxford : Oxford University Press, 1996. — 315 p.
4. Skyrme, T. H. R. A non-linear theory of strong interactions [Text] / T. H. R. Skyrme // Proc. Roy. Soc. A. — 1958. — Vol. 247. — P. 260–278.
5. Skyrme, T. H. R. A non-linear field theory [Text] / T. H. R. Skyrme // Proc. Roy. Soc. A. — 1961. — Vol. 260. — P. 127–138.
6. Skyrme, T. A unified field theory of mesons and baryons [Text] / T. Skyrme // Nucl. Phys. A. — 1962. — Vol. 31. — P. 556–569.

7. Белавин, А. А. Метастабильные состояния двумерного изотропного ферромагнетика [Текст] / А. А. Белавин, А. М. Поляков // Письма в ЖЭТФ. — 1975. — Т. 22, № 10. — С. 503–506.
8. Usov, N. A. Magnetization curling in a fine cylindrical particle [Text] / N. A. Usov, S. E. Peschany // J. Magn. Magn. Mater. — 1993. — Vol. 118, no. 3. — P. L290–L294.
9. Magnetic vortex core observation in circular dots of permalloy [Text] / T. Shinjo, T. Okuno, R. Hassdorf [et al.] // Science. — 2000. — Vol. 289, no. 5481. — P. 930–932.
10. Direct observation of internal spin structure of magnetic vortex cores. [Text] / A. Wachowiak, J. Wiebe, M. Bode [et al.] // Science. — 2002. — Vol. 298, no. 5593. — P. 577–580.
11. Microstructural-defect-induced Dzyaloshinskii-Moriya interaction [Text] / A. Michels, D. Mettus, I. Titov [et al.] // Phys. Rev. B. — 2019. — Vol. 99, no. 1. — P. 014416.
12. Gross, D. J. Meron configurations in the two-dimensional  $O(3)$   $\sigma$ -model [Text] / D. J. Gross // Nucl. Phys. B. — 1978. — Vol. 132, no. 5. — P. 439–456.
13. Koltsov, D. K. Micromagnetics of ferromagnetic equilateral triangular prisms [Text] / D. K. Koltsov, R. P. Cowburn, M. E. Welland // J. Appl. Phys. — 2000. — Vol. 88, no. 9. — P. 5315–5317.
14. Control of the chirality and polarity of magnetic vortices in triangular nanodots [Text] / M. Jaafar, R. Yanes, D. Perez de Lara [et al.] // Phys. Rev. B. — 2010. — Vol. 81, no. 5. — P. 054439.
15. О рассеянии поляризованных нейтронов в ферромагнетиках и антиферромагнетиках [Текст] / Д. А. Бизяев, А. А. Бухараев, А. П. Чукланов, Н. И. Нургазизов // ФТТ. — 2018. — Т. 60, № 11. — С. 2152–2157.
16. McMichael, R. Head to head domain wall structures in thin magnetic strips [Text] / R. McMichael, M. Donahue // IEEE Trans. Magn. — 1997. — Vol. 33, no. 5. — P. 4167–4169.
17. Metlov, K. L. Two-dimensional topological solitons in small exchange-dominated cylindrical ferromagnetic particles / K. L. Metlov. — 2000. — arXiv:cond-mat/0012146.
18. Schneider, M. Lorentz microscopy of circular ferromagnetic permalloy nanodisks [Text] / M. Schneider, H. Hoffmann, J. Zweck // Appl. Phys. Lett. — 2000. — Vol. 77, no. 18. — P. 2909–2910.
19. Joseph, R. I. Ballistic demagnetizing factor in uniformly magnetized cylinders [Text] / R. I. Joseph // J. Appl. Phys. — 1966. — Vol. 37, no. 13. — P. 4639–4643.
20. Anisotropic magnetic coupling of permalloy micron dots forming a square lattice [Text] / C. Matthieu, C. Hartmann, M. Bauer [et al.] // Appl. Phys. Lett. — 1997. — Vol. 70, no. 21. — P. 2912–2914.
21. Origin of fourfold anisotropy in square lattices of circular ferromagnetic dots [Text] / G. N. Kakazei, Y. G. Pogorelov, M. D. Costa [et al.] // Phys. Rev. B. — 2006. — Vol. 74, no. 6. — P. 060406(R).
22. Spin-wave spectra of perpendicularly magnetized circular submicron dot arrays [Text] / G. N. Kakazei, P. E. Wigen, K. Y. Guslienko [et al.] // Appl. Phys. Lett. — 2004. — Vol. 85. — P. 443–445.

23. Magnetic Vortex Core Dynamics in Cylindrical Ferromagnetic Dots [Text] / K. Y. Guslienko, X. F. Han, D. J. Keavney [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2006. — Vol. 96, no. 6. — P. 067205.
24. Crowdy, D. G. Computing the Schottky-Klein Prime Function on the Schottky Double of Planar Domains [Text] / D. G. Crowdy, J. S. Marshall // *Comput. Meth. Funct. Theor.* — 2007. — Vol. 7, no. 1. — P. 293–308.
25. Correlation between spin structure oscillations and domain wall velocities [Text] / A. Bisig, M. Stärk, M.-A. Mawass [et al.] // *Nat. Commun.* — 2013. — Vol. 4. — P. 8.
26. Skyrmion Lattice in a Chiral Magnet [Text] / S. Mühlbauer, B. Binz, F. Jonietz [et al.] // *Science.* — 2009. — Vol. 323, no. 5916. — P. 915–919.
27. Kitaev, A. Y. Fault-tolerant quantum computation by anyons [Text] / A. Y. Kitaev // *Annals of Physics.* — 2003. — Vol. 303, no. 1. — P. 2–30.
28. Ross, C. A. Patterned magnetic recording media [Text] / C. A. Ross // *Annu. Rev. Mater. Sci.* — 2001. — Vol. 31, no. 1. — P. 203–235.
29. Jansen, R. The spin-valve transistor: a review and outlook [Text] / R. Jansen // *J. Phys. D.* — 2003. — Vol. 36, no. 19. — P. R289–R308.
30. Slaughter, J. M. Materials for magnetoresistive random access memory [Text] / J. M. Slaughter // *Annu. Rev. Mater. Sci.* — 2009. — Vol. 39. — P. 277–296.
31. Kent, A. D. A new spin on magnetic memories [Text] / A. D. Kent, D. C. Worledge // *Nat. Nanotechnol.* — 2015. — Vol. 10. — P. 187–191.
32. Apalkov, D. Magnetoresistive Random Access Memory [Text] / D. Apalkov, B. Dieny, J. M. Slaughter // *Proceedings of the IEEE.* — 2016. — Vol. 104, no. 10. — P. 1796–1830.
33. Spintronics based random access memory: a review [Text] / S. Bhatti, R. Sbiaa, A. Hirohata [et al.] // *Materials Today.* — 2017. — Vol. 20, no. 9. — P. 530–548.
34. Large microwave generation from current-driven magnetic vortex oscillators in magnetic tunnel junctions [Text] / A. Dussaux, B. Georges, J. Grolier [et al.] // *Nat. Commun.* — 2010. — Vol. 1. — P. 8.
35. Magnetic vortex oscillators [Text] / G. Hrkac, P. S. Keatley, M. T. Bryan, K. Butler // *J. Phys. D.* — 2015. — Vol. 48, no. 45. — P. 453001.
36. Vowel recognition with four coupled spin-torque nano-oscillators [Text] / M. Romera, P. Talatchian, S. Tsunegi [et al.] // *Nature.* — 2018. — Vol. 563, no. 7730. — P. 230–234.
37. Zhang, X. Magnetic skyrmion logic gates: conversion, duplication and merging of skyrmions [Text] / X. Zhang, M. Ezawa, Y. Zhou // *Scientific Reports.* — 2015. — Vol. 5. — P. 9400.
38. Bobeck, A. H. Magnetic bubbles [Text] / A. H. Bobeck, E. Della Torre. — Amsterdam : North-Holland, 1975. — 232 p.
39. Eschenfelder, A. Magnetic Bubble Technology [Text] / A. Eschenfelder. Springer Series in Solid-State Sciences. — Berlin : Springer-Verlag, 1980. — 340 p.
40. Bogatyrev, A. B. Metastable states of sub-micron scale ferromagnetic periodic antidot arrays [Text] / A. B. Bogatyrev, K. L. Metlov // *ArXiv e-prints.* — 2018. — P. arXiv:1810.06011.

Подписано в печать 20.03.2019.

Формат 60 × 84 /16. Усл. печ. л. 2,00. Бумага офсетная. Печать лазерная.

Тираж 100 экз. Заказ № 112.

Отпечатано в «Цифровой типографии» (ФЛП Артамонов Д. А.) г. Донецк,  
ул. Артёма, д. 138а. Тел.: (071)407-85-30.

Свидетельство о регистрации ДНР серия АА02 № 51150 от 9 февраля 2015 г.