

PACS: 62.20.F, 91.10.Kg

П.С. Дрипан¹, Я.В. Шажко²

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА
ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ АНКЕРА
В НАПРАВЛЯЮЩИЙ ШПУР МЕНЬШЕГО ДИАМЕТРА,
ПРОБУРЕННЫЙ В ПОРОДНОМ МАССИВЕ

¹Донецкий национальный технический университет

²Институт физики горных процессов

Статья поступила в редакцию 19 июня 2018 года

Приведена математическая модель, описывающая процесс перемещения стержня анкера по предварительно пробуренному в породном массиве направляющему шпуру меньшего диаметра под действием динамической нагрузки с учетом сил бокового трения. Полученные зависимости позволяют рассчитать геометрические размеры анкера, механические характеристики материала, из которого изготовлен анкер, скорость его перемещения по шпуру, а также выбрать устройство, обеспечивающее необходимую скорость установки и динамическую нагрузку на анкер.

Ключевые слова: горный массив, анкер, направляющий шпур, динамическая нагрузка, боковое трение, скорость, деформация, напряжение

Известно, что при ведении подготовительных работ в забойной части выработок угольных шахт до 30% несчастных случаев происходят из-за несвоевременной установки или вследствие отсутствия временного крепления. Одним из перспективных направлений решения этой проблемы является установка в забое анкерной крепи сразу после выемки породы. Технологичность и высокий уровень механизации ее возведения позволяют в 2–3 раза повысить скорость проходческих работ, обеспечив при этом высокий уровень безопасности производства. В условиях шахт Донецкого угольного бассейна наибольшее распространение получили сталеполимерные анкеры, технология установки которых и параметры крепи определяются в соответствии с действующими нормативными документами [1–3]. Однако опыт применения таких анкеров показал, что до 50% стоимости установки составляют затраты на ампулы с полимерными смолами, с помощью которых анкеры закрепляются в шпурах. В этой связи исследования, направленные на разработку технологий и конструкции анкеров, устанавливаемых безраспорным (бесклееевым) способом, являются перспективными и актуальными.

В мировой практике используются многочисленные конструкции безраспорных анкеров: винтовые, анкеры «Сплит-Сет» и «Свеллекс», трубчатые

взрывораспорные анкеры и др. [4]. Однако они имеют ограниченную область применения из-за необходимости изготавливать анкеры из высокопрочных упругих сталей и ввиду высокой стоимости оборудования. Так, предложенный в США способ установки анкеров путем их силового вдавливания в породный массив с помощью гидравлики [5] не нашел промышленного использования по этим же причинам, а также из-за невозможности обеспечить требуемое пространственное расположение применяемого анкера. В Донецком национальном техническом университете был предложен и запатентован способ установки стального анкера путем его впрессовки динамической нагрузкой в направляющий шпур меньшего диаметра [6]. В работе [7] авторами представлена математическая модель, описывающая процесс установки в породный массив анкера с диаметром, большим, чем диаметр направляющего шпура, при динамическом воздействии на него с учетом сил сопротивления перемещению. Вместе с тем модель не учитывает влияние сил бокового трения.

Цель работы – раскрытие закономерностей процесса установки в породный массив анкера диаметром, большим, чем диаметр направляющего шпура, под действием динамической нагрузки с учетом сил бокового трения. Воспользуемся теорией продольного удара, впервые изложенной в работе Сен-Венана [8] и уточненной в дальнейшем Ж. Буссинеском для стержней [9].

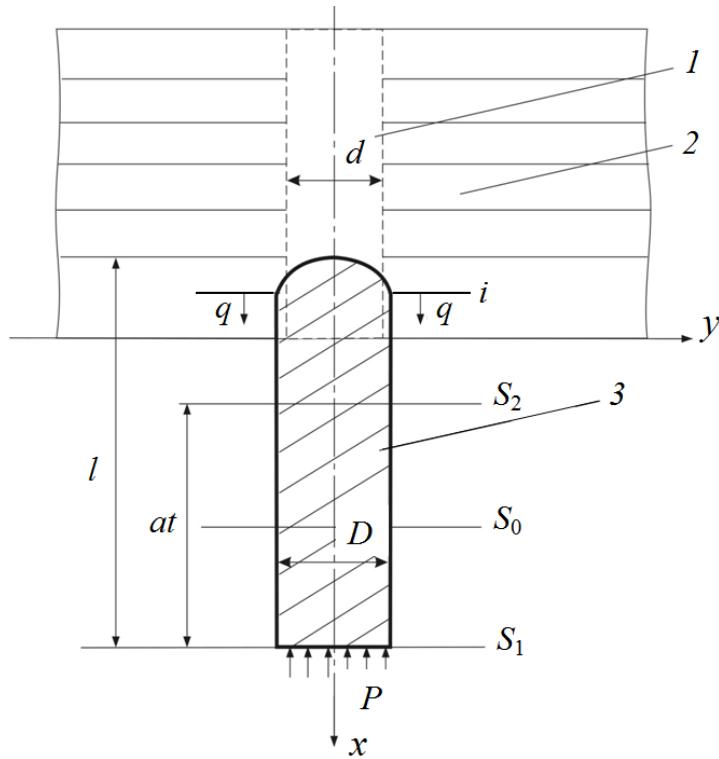


Рис. Расчетная схема к описанию процесса установки анкера в предварительно пробуренный в массиве шпур меньшего диаметра под действием динамической нагрузки: 1 – шпур, 2 – горный массив, 3 – анкер, S – сечение анкера, q – сила сопротивления за счет трения, распределенная по боковой поверхности шпура, P – динамическая нагрузка

Рассмотрим расчетную схему установки анкера диаметром, большим, чем диаметр направляющего шпура, под действием динамической нагрузки для случая, когда боковая поверхность анкера испытывает сопротивление перемещению от возникающих сил трения (рисунок).

Считаем, что анкер зажат боковыми породами и удерживается в них силой трения, равномерно распределенной по боковой поверхности анкера. Его верхний (наружный) конец не испытывает сопротивления. Сила трения действует только в случае движения соответствующей части анкера вверх.

Дифференциальное уравнение, описывающее перемещение анкера, аналогичное полученному в работе [7], имеет вид

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где σ_x – напряжение, возникающее в анкере в осевом направлении, МПа; γ – удельный вес материала, N/m^3 ; g – ускорение силы тяжести, m/s^2 ; U – перемещение анкера, м; t – время, с.

Расположив, как и прежде, начало координат в нижнем сечении анкера и направив положительную ось $0x$ по оси анкера вверх, введем в условие равновесия элементарного кубика силу $p_1 = \frac{lq}{S} dx dy dz$, действующую в положительном направлении. Тогда уравнение (2) примет вид

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{lq}{S} = \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}. \quad (2)$$

Учитывая, что $p_1 = E \frac{\partial U}{\partial x}$, после преобразований получим уравнение движения анкера для рассматриваемого случая в виде

$$a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + k_1 a^2 = \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}. \quad (3)$$

Здесь k_1 – интенсивность перемещения анкера, m^{-1} :

$$k_1 = \frac{lqg}{S\gamma a^2} = \frac{lq}{SE}, \quad (4)$$

где E – модуль упругости материала анкера, МПа; a – скорость звука, m/s .

Уравнение перемещения анкера в частных производных второго порядка (4) может быть представлено в виде

$$U = f_1(at - x) + f_2(at + x) - \frac{k_1 x^2}{2}. \quad (5)$$

Здесь f_1 и f_2 – две произвольные функции.

Для решения задачи достаточно определить вид этих функций от аргу-

мента z : для функции f_1 $z = at - x$, а для функции f_2 $z = at + x$. Найдем их вид, исходя из начальных и граничных условий поставленной задачи.

За начальный момент $t = 0$ примем момент удара инструмента по наружной стороне анкера. Удар будет распространяться по анкеру со скоростью a , причем во всех сечениях, не захваченных этой волной, величины $\partial U / \partial x$ и $\partial U / \partial t$ будут равны нулю, и, следовательно, их вторые производные также будут равны нулю. С учетом этого из уравнения (4) получим, что $k_1 = 0$ для сечений, не захваченных упругой волной.

В то же время можно считать, что для всех сечений и всех моментов времени справедливы уравнения (4) и их общее решение (5), если k_1 удовлетворяет следующим условиям в зависимости от значения величины $at + x$:

$$\begin{aligned} 1) \quad k_1 &= 0 \text{ при } at + x < l; \\ 2) \quad k_1 &= \frac{lq}{SE} \text{ при } at + x > l. \end{aligned} \quad (6)$$

Определим вид функции $f_2(z)$. Как и в работе [7], решение найдем, используя подход, приведенный в работе [10]. Так как по условию напряжения на нижнем конце анкера отсутствуют, продифференцировав выражение (5) по x и приравняв в полученной частной производной x к 0 (нижнее сечение анкера), найдем:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_{x=0} = -f'_1(at - x) + f'_2(at + x) = 0.$$

Тогда

$$f'_2(z) = f'_1(z); \quad f_2(z) = f_1(z).$$

Положив $z = at + x$, получим

$$f_2(at + x) = f_1(at + x). \quad (7)$$

Подставляя (7) в (5), для перемещения анкера $U(x, t)$ имеем выражение вида

$$U = f_1(at - x) + f_1(at + x) - \frac{k_1 x^2}{2}. \quad (8)$$

Тогда деформации и скорость перемещения сечения анкера представим в виде

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -f'_1(at - x) + f'_1(at + x) - k_1 x, \quad (9)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = af'_1(at - x) + af'_1(at + x). \quad (10)$$

Кроме того, при $t = 0$ для всех сечений выполняется условие $at + x < l$, и, следовательно, $k_1 = 0$. Подставив эти величины в уравнения (9) и (10), получим вид функции $f'_1(z)$ для всех значений $-l < z < l$.

Для определения вида функции $f'_1(z)$ за пределами этих границ воспользуемся условием движения нижнего сечения анкера, удовлетворяющего уравнению

$$k_1 l \left(\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \right)_{x=l} = -a^2 \left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)_{x=l}. \quad (11)$$

Продифференцировав (11) по t и подставив выражение (10) в уравнение (11), получим

$$k_1 l [f'_1(at-l) + f'_1(at+l)] = f'_1(at-l) - f'_1(at+l) = k_1 l. \quad (12)$$

Так как в уравнении (12) $at+x = at+l > l$ при всех значениях t , в этом уравнении $k_1 = \frac{lq}{SE}$, что следует из второго условия (4).

Полагая в уравнении (12) $at+l = z$ и $at-l = z-2l$, после преобразований получаем

$$f'_1(z) + \frac{1}{kl} f'_1(z) = -f'_1(z-2l) + \frac{1}{kl} f'_2(z-2l) + \frac{k_1}{k}. \quad (13)$$

Ранее было показано, что при $-l < z-2l < l$ (т.е. $l < z < 3l$) $f'_1(z-2l) = 0$ и $f'_2(z-2l) = 0$. Тогда уравнение (13) примет вид

$$f'_1(z) + \frac{1}{kl} f'_1(z) = \frac{k_1}{k}. \quad (14)$$

Здесь k – отношение веса ударного инструмента к весу анкера.

Интегрируя (14) и определяя значение константы интегрирования из начального условия в момент времени $t = 0$, скорость перемещения верхнего сечения анкера при $x = l$ получаем для всех значений z , лежащих в интервале $l < z < 3l$:

$$f'_1(z) = k_1 l - \left(\frac{v_0}{a} + k_1 l \right) e^{\frac{l-z}{kl}}. \quad (15)$$

Скорость перемещения нижнего конца анкера находим, подставляя в выражение (10) $x = 0$:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)_{x=0} = 2a f'_1(at). \quad (16)$$

Тогда с учетом выражения (15) в каждый момент времени, удовлетворяющий условию $l < z < 3l$, будем иметь

$$\left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)_{x=0} = 2a \left[k_1 l - \left(\frac{v_0}{a} + k_1 l \right) \right] e^{\frac{l-at}{kl}}. \quad (17)$$

Время движения анкера T до его остановки (в этот момент времени скорость нижнего конца равна нулю) при условии, что $at < 3l$, определим из соотношения (17). После преобразований получим

$$aT = l - kl \ln \frac{k_1 l}{\frac{v_0}{a} + k_1 l} = l \left[1 + k \ln \left(\frac{v_0}{ak_1 l} + 1 \right) \right]. \quad (18)$$

Перемещения нижнего конца анкера за промежуток времени T находим из уравнения (10). Функцию $f_1(z)$ для интервала $l < z < 3l$ определяем, интегрируя (17) и учитывая следующее: при подходе прямой волны к нижнему концу анкера ($x = 0$) $at = l$ и $U = 0$. Тогда из уравнения (10) после элементарных преобразований функция $f_1(z)$ примет окончательный вид

$$f_1(z) = k_1 l z + kl \left(\frac{v_0}{a} + k_1 l \right) e^{\frac{l-z}{kl}} - k_1 e^2 - kl \left(\frac{v_0}{a} + k_1 l \right). \quad (19)$$

С учетом вышеизложенного перемещение нижнего конца анкера будем определять из выражения

$$(U)_{x=0} = 2f(at) = 2 \left[k_1 l at + kl \left(\frac{v_0}{a} + k_1 l \right) e^{\frac{l-at}{kl}} - k_1 e^2 - kl \left(\frac{v_0}{a} + k_1 l \right) \right]. \quad (20)$$

Путь L , который пройдет нижний конец анкера (глубину его проникновения) до остановки, найдем из выражения (20), положив $at = T$. Тогда

$$L = (U)_{x=0} = 2kl \left[\frac{v_0}{a} - k_1 l \ln \left(\frac{v_0}{ak_1 l} + 1 \right) \right] \quad (21)$$

или

$$L = 2kl \left[\frac{v_0}{a} - \frac{P}{ES} \ln \left(\frac{v_0}{a} \frac{SE}{P} + 1 \right) \right]. \quad (22)$$

Отметим, что формулу (22) можно использовать при условии, что

$$k < \frac{2}{\ln \left(\frac{v_0}{a} \frac{SE}{P} + 1 \right)}. \quad (23)$$

При несоблюдении этого условия рассмотрим следующую фазу удара, при которой формула (21) будет иметь иной вид.

Полученные результаты позволяют описать действие сил трения со стороны пород и сопротивления, приложенных к верхнему сечению анкера. Считаем, что движение анкера начинается с момента достижения волны деформаций, распространяющейся снизу вверх. Причем до этого момента времени он остается неподвижен.

Общее решение уравнения движения анкера, зажатого в породе, для нашего случая имеет вид

$$U = f_1(at - x) - f_1(at + x) - \frac{k_1 x^2}{2}. \quad (24)$$

Деформации и скорость любого сечения анкера определяем из выражения (24) и соответственно по следующим уравнениям:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -f'_1(at - x) - f'_1(at + x) - k_1 x, \quad (25)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = af'_1(at - x) - af'_1(at + x). \quad (26)$$

Как было показано ранее, из условия равенства нулю деформаций и скоростей в момент времени $t = 0$ следует, что $f'_1(z) = 0$ для всех значений $-l < z < l$. Вне этого интервала для определения вида функции $f'_1(z)$ воспользуемся уравнением движения верхнего конца анкера (10) [7]. Подставив (25) и (26) в это уравнение и приравняв x к l , получим

$$kl[f'_1(at - l) - f'_1(at + l)] = f'_1(at - l) + f'_1(at + l) + k_1 l \quad (27)$$

или, полагая $at + l = z$,

$$f'_1(z) + \frac{1}{kl} f'_1(z) = f'_1(z - 2l) - \frac{1}{kl} f'_1(z - 2l) - \frac{k_1}{k}. \quad (28)$$

Так как выше было показано, что при неравенстве $-l < z - 2l < l$ $f'_1(z - 2l) = f'_2(z - 2l) = 0$, для определения функции $f'_1(z)$ получим уравнение скорости продвижения верхнего конца анкера v_0 для $l < z < 3l$:

$$f'_1(z) = -k_1 l + \left(\frac{v_0}{a} + k_1 l \right) e^{\frac{l-z}{kl}}. \quad (29)$$

После преобразований получим, что при достижении прямой волной нижнего конца анкера деформация $\partial U / \partial x$ будет

$$\left. \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right) \right|_{\substack{x=0 \\ at=l}} = -2 \frac{v_0}{a}. \quad (30)$$

Тогда с учетом (29) и того, что величина $\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_{x=0}$ отрицательная, следует, что должно выполняться условие

$$k_1 l < 2 \frac{v_0}{a}. \quad (31)$$

Кроме того, считаем, что величина P меньше абсолютного значения $k_1 l - 2 \frac{v_0}{a}$, поскольку в противном случае нижний конец анкера, оставаясь неподвижным, дает отраженную волну деформации вверх. Это условие может быть выражено неравенством вида

$$\frac{P}{SE} = p < 2 \frac{v_0}{a} - k_1 l . \quad (32)$$

Следовательно, при соблюдении условий (31) и (32) движение верхнего конца анкера вниз начнется в момент подхода к нему прямой волны деформаций.

Общий интеграл движения запишем в виде

$$U = f_1(at - x) + f_1(at + x) - \frac{k_1 x^2}{2} - px . \quad (33)$$

В момент времени $t = 0$ упругое состояние анкера при достижении прямой волной его нижнего сечения согласно ранее полученному решению представим в виде

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_{at=l} &= k_1 l - \left(\frac{v_0}{a} + k_1 l \right) e^{\frac{x}{kl}} - k_1 x , \\ \left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)_{at=l} &= -a \left[-k_1 l + \left(\frac{v_0}{a} + k_1 l \right) e^{\frac{x}{kl}} \right] . \end{aligned} \quad (34)$$

В то же время из выражения (33) имеем

$$\frac{\partial U}{\partial x} = f'_1(at - x) + f'_1(at + x) - k_1 x - px , \quad (35)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = af'_1(at - x) + af'_1(at + x) . \quad (36)$$

Подставив в уравнения (35) и (36) $t = 0$, с учетом (34) для всех значений $x \in [0; l]$ получим

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_{t=0} &= -f'_1(-x) + f'_1(x) - k_1 x - p = k_1 l - \left(\frac{v_0}{a} + k_1 l \right) e^{-\frac{x}{kl}} - k_1 x , \\ \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_{t=0} &= af'_1(-x) + af'_1(x) = -a \left[-k_1 l + \left(\frac{v_0}{a} + k_1 l \right) e^{-\frac{x}{kl}} \right] . \end{aligned} \quad (37)$$

Окончательно производная функция $f'_1(z)$ будет иметь вид

$$f'_1(z) = k_1 l - \left(\frac{v_0}{a} + k_1 l \right) e^{-\frac{z}{kl}} + \frac{p}{2} \quad \text{при } 0 < z < l , \quad (38)$$

$$f'_1(z) = -\frac{p}{2} \quad \text{при } -l < z < 0. \quad (39)$$

После преобразований функцию $f_1(z)$ запишем в виде следующего соотношения:

$$f_1(z) = (k_l l + p)z + kl \left(\frac{v_0}{a} + k_l l \right) e^{-\frac{z}{kl}} - kl \left(\frac{v_0}{a} + k_l l \right). \quad (40)$$

Внедрение анкера (перемещение его нижнего конца) представим равенством

$$(U)_{x=0} = 2f_1(at). \quad (41)$$

Следовательно, при $t = T$ путь L , пройденный анкером до его остановки, определяем по формуле

$$L = -(U)_{x=0} = 2kl \left(\frac{v_0}{a} + k_l l \right) - 2(k_l l + p)aT - 2kl \left(\frac{v_0}{a} + k_l l \right) e^{-\frac{aT}{kl}}. \quad (42)$$

Время движения анкера T найдем из уравнения

$$k_l l - \left(\frac{v_0}{a} + k_l l \right) e^{-\frac{aT}{kl}} + \frac{p}{2} = 0. \quad (43)$$

С помощью полученных формул, зная величины T и S , можно определить неизвестные k_l , P и наоборот.

Для параметра L с учетом выражения (43) обоснована структура упрощенной формулы

$$L = -2k_l l a T - 2p \left(aT + \frac{kl}{2} \right) + 2kl \frac{v_0}{a}. \quad (44)$$

Таким образом, разработана математическая модель, описывающая процесс установки металлического анкера в предварительно пробуренный в породном массиве шпур меньшего диаметра под действием динамической нагрузки, приложенной к наружному концу анкера. Модель учитывает действие сил бокового трения, геометрические размеры анкера и направляющего шпура, механические характеристики материала, из которого изготовлен анкер, и параметры ударного устройства, обеспечивающего надежную установку анкера в породный массив.

1. А.Ф. Булат, В.В. Виноградов, Опорно-анкерное крепление горных выработок угольных шахт, Вильпо, Днепропетровск (2010).
2. СОУ 10.1.05411357.010:2014 Система обеспечения надежного и безопасного функционирования горных выработок с анкерной крепью. Общие технические требования, Міненерговугілля України, Київ (2014).
3. Н.Н. Касьян, Методика определения параметров анкерных породо-армирующих систем для обеспечения устойчивости горных выработок, ДонНТУ, Донецк (2010).
4. А.П. Широков, Теория и практика применения анкерной крепи, Недра, Москва (2012).

5. *A.B. Ремезов*, Анкерное крепление на шахтах Кузбасса и дальнейшее его развитие, Кузбассвузиздат, Кемерово (2006).
6. Пат. 55763 Україна, МПК Е 21 D 20/00. Способ установки анкера, *Н.Н. Касьян, А.О. Новиков, Ю.А. Петренко, П.С. Дрипан, И.Н. Шестопалов, С.Ю. Гладкий, Д.Д. Выговский*, № u200901503; Заявл. 04.06.2010; Опубл. 27.12.2010; Бюл. № 24.
7. *А.О. Новиков, П.С. Дрипан*, Горноспасательное дело № 3 (55), 91 (2018).
8. *A. Clebsch*, Theorie de l'elasticite des corps solides, Dunod, Paris (1883).
9. *J. Boussinesq*, Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences **97**, 842 (1883).
10. *А.Н. Тихонов, А.А. Самарский*, Уравнения математической физики, Высшая школа, Москва (2008).

P.C. Dripan, Y.V. Shazhko

MATHEMATICAL MODEL OF DYNAMIC SETTING OF AN ANCHOR IN THE DIRECTING HOLE OF A SMALLER DIAMETER, BORED IN A ROCK MASSIF

A mathematical model is developed for the process of moving of an anchor bar along the directing hole of a smaller diameter under the dynamic loading with taking into account the strength of lateral friction. The directing hole has been preliminary bored in a rock massif. The obtained dependences allow calculation of the geometrical size of the set anchor, mechanical characteristics of the anchor material, the speed of anchor motion along the hole, as well as the selection of a device providing the required speed of setting and dynamic loading on the anchor.

Keywords: rock massif, anchor, directing hole, dynamic loading, lateral friction, speed, deformation, tension

Fig. Scheme of the anchor setting in a bored hole of a smaller diameter under dynamical loading: 1 – hole, 2 – rock massif, 3 – anchor, S – anchor cross-section, q – resisting friction force distributed over the lateral surface of the hole, P – dynamical loading