PACS: 75.25.+z, 75.40.Cx, 74.40.Mg

Ю.Д. Заворотнев¹, Е.Ю. Томашевская²

ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ РЕЗОНАНС МАГНИТНОГО МОМЕНТА В КРИСТАЛЛАХ

¹Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина ²Донецкий педагогический институт

Статья поступила в редакцию 11 апреля 2018 года

Изучено взаимодействие магнитного и структурного параметров порядка (ПП) при одновременном приложении интенсивной пластической деформации (ИПД) кручением и пространственно-синусоидального постоянного во времени давления (ПСПД). Рассмотрение проведено в рамках феноменологической теории Ландау при отказе от приближения постоянства модулей неприводимых векторов. Найдены условия, при которых возможно появление пространственного резонанса величины модулей неприводимых векторов.

Ключевые слова: интенсивная пластическая деформация кручением, ферромагнетик, параметр порядка, пространственное колебание, фазовый переход, гармоники

Введение

Изучение взаимодействия двух и более ПП представляет значительный интерес, так как знание соответствующих закономерностей позволяет управлять поведением одного из ПП путем воздействия на него другого ПП. Наиболее известным примером является магнитострикция. Не менее интересен и обратный эффект, когда с помощью структурного ПП осуществляется управление поведением магнитного. Систематическое исследование таких эффектов было начато в работе [1], в которой с помощью феноменологической теории Ландау изучено взаимодействие двух ПП, построены соответствующие фазовые диаграммы в пространстве коэффициентов неравновесного термодинамического потенциала. В дальнейшем данный подход был развит в работе [2]. В этих и большинстве последующих работ изучение проводилось в рамках приближения постоянства модулей ПП, что справедливо при достаточном удалении от линии фазового перехода. При приближении к этой линии, как показано в работе [3], необходимо учитывать изменения величины магнитного модуля ПП. Такие изменения в фазе со спиральной структурой приводят к вынужденной перестройке структурного ПП [4]. При применении теоретических результатов к конкретным соединениям часто возникает вопрос приоритета – какой из ПП является первичным, а какой –

вторичным. Этот вопрос не возникает в случае принудительного внешнего воздействия в виде наложения давления.

В работах [5,6] исследовано поведение магнитного и структурного ПП под влиянием ИПД кручением, ось которой направлена перпендикулярно «легкой оси» ферромагнетика. Показано, что, изменяя температуру и момент кручения, можно управлять видом пространственного распределения модуля магнитного ПП. Если одновременно с ИПД кручением к ферромагнетику приложить в определенном направлении периодически меняющееся в пространстве и постоянное во времени одноосное давление, то, как показано в [7], возможно возникновение пространственного резонанса, при котором размах колебаний величины модуля магнитного ПП многократно возрастает и появляются дополнительные искажения. В работе [8] исследованы процессы, происходящие при наложении ИПД кручением вдоль «легкой оси» ферромагнетика. Найдены возможные пространственные распределения магнитного ПП в зависимости от температуры вблизи линий фазового перехода первого и второго рода. Здесь также в случае наложения дополнительного постоянного во времени и переменного в пространстве постоянного давления возможно возникновение пространственного резонанса. Нахождению условий его появления посвящена настоящая работа.

Теоретическое обоснование модели

Пусть на модельный ферромагнетик вдоль «легкой оси» (ось OZ) действует ИПД кручением с моментом **M** и вектором распространения **k**, имеющим только Z-компоненту, а также вдоль оси OY приложено и ПСПД вида $P_y(1 + \gamma_5 \cos(tz))$ (где γ_5 – параметр, определяющий относительную величину переменной составляющей, $\gamma_5 < 1$). Задачу нахождения распределения модулей магнитного и структурного ПП будем решать с помощью феноменологической теории Ландау. При этом будем предполагать, что возникающая спиральная кристаллическая структура является симметрийно-обусловленной, т.е. ее можно описать аналогично магнитной сверхструктуре [9] с помощью линейной комбинации инвариантов Лифшица. Таким образом, плотность неравновесного термодинамического потенциала запишется в виде

$$\Phi = \frac{\alpha_1}{2} F_z^2 + \frac{\alpha_2}{4} F_z^4 + \frac{\alpha_3}{6} F_z^6 + \frac{\beta_1}{2} q^2 + \frac{\beta_2}{4} q^4 + \frac{\beta_3}{6} q^6 + \gamma_1 q^2 F_z^2 - \gamma_2 M^r \left(q_x \frac{\partial q_y}{\partial z} - q_y \frac{\partial q_x}{\partial z} \right) + \gamma_3 M^s \left(\left(\frac{\partial q_x}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial q_y}{\partial z} \right)^2 \right) + \gamma_4 P_y q_y \left(1 + \gamma_5 \cos(tz) \right),$$
(1)

где α_i , β_i , γ_i – феноменологические постоянные; F_z – магнитный ПП; q – модуль структурного ПП; P_y – модуль постоянного во времени давления, приложенного по оси *OY*. Слагаемые с пространственными производными описывают длиннопериодическую кристаллическую структуру, возникающую при наложении ИПД кручением, и имеют множитель, пропорциональный крутящему моменту, т.е. при отсутствии такого воздействия сверхструктура отсутствует. Как показано в работах [5,8], разность степеней r - s = 4. Вследствие этого везде ниже будем полагать r = 6, s = 2.

В потенциале (1) следует учесть также упругое и магнитоупругое взаимодействия. Переменные, описывающие эти взаимодействия, можно исключить, определяя с помощью уравнений состояний их равновесные значения в зависимости от величины структурного и магнитного ПП. После подстановки найденных выражений в потенциал получаем новый неравновесный термодинамический потенциал. Он формально будет совпадать с таковым без учета упругого и магнитоупругого взаимодействий. При этом новые константы будут зависеть от температуры и давления. В дальнейшем будем предполагать, что процедура исключения проведена. При отказе от предположения постоянства модулей неприводимых векторов получаем следующую систему уравнений Эйлера:

$$\begin{cases} 2\gamma_{3}M^{s}\frac{\partial^{2}q_{x}}{\partial z^{2}} + \gamma_{2}M^{r}\frac{\partial q_{y}}{\partial z} - q_{x}\left(\beta_{1} + \beta_{2}q^{2} + \beta_{3}q^{4} + 2\gamma_{1}F_{z}^{2}\right) = 0, \\ 2\gamma_{3}M^{s}\frac{\partial^{2}q_{y}}{\partial z^{2}} - \gamma_{2}M^{r}\frac{\partial q_{x}}{\partial z} + \gamma_{4}P_{y}\left(1 + \gamma_{5}\cos(tz)\right) - q_{y}\left(\beta_{1} + \beta_{2}q^{2} + \beta_{3}q^{4} + 2\gamma_{1}F_{z}^{2}\right) = 0, \\ \alpha_{1} + \alpha_{2}F_{z}^{2} + \alpha_{3}F_{z}^{4} + 2\gamma_{1}q^{2} = 0. \end{cases}$$
(2)

При использовании существующих аналитических приближенных методов решения дифференциально-алгебраических уравнений затруднительно определить и учесть все существенные гармоники, особенно если их номер достаточно большой. Поэтому с помощью математического пакета MathCad 15 был проведен численный анализ системы (2), который позволил обнаружить также наличие некратных гармоник, обусловливающих возникновение ряда специфических эффектов.

Обсуждение результатов

Анализ системы (2) является продолжением исследования [8], проведенного без учета постоянного давления. Поэтому в соответствующих температурных интервалах будут использоваться численные значения коэффициентов, аналогичные примененным в [8].

<u>1</u>. $\alpha_1 < 0$, $\alpha_2 > 0$, $\alpha_3 > 0$, $\beta_1 < 0$, $\beta_2 > 0$, $\beta_3 > 0$, $\gamma_1 < 0$, $\gamma_2 < 0$, $\gamma_3 < 0$, $|\alpha_1| < |\beta_1|$. Такой набор коэффициентов описывает магнитный и структурный фазовые переходы второго рода при разных температурах. Как следует из рис. 1 работы [8], резонансные явления могут возникнуть в двух случаях. В первом векторы распространения возмущающего давления и основного почти синусоидального пространственного колебания q_y примерно равны. Во втором случае в некоторых пространственных точках имеет место примерное совпадение величины векторов распространения шумовой составляющей и приложенного постоянного давления.

На рис. 1,*а* показан резонансный случай, когда векторы распространения основного колебания $q_y(z)$ и ПСПД примерно совпадают при малых значениях крутящего момента. Периоды основных колебаний $q_x(z)$ и $q_y(z)$ уменьшаются по сравнению с нерезонансным случаем. При увеличении P_y уменьшается также амплитуда колебательной составляющей $q_x(z)$. Существенные изменения претерпевает только *Y*-составляющая структурного ПП. Другая составляющая $q_x(z)$ теряет синусоидальную форму и становится пилообразной (рис. 1, δ). Изменение модуля структурного ПП обусловлено шумовой составляющей и является почти синусоидальным с наложенной незначительной противофазной двусторонней амплитудной модуляцией, причем величины их максимального отклонения будут различны.



Рис. 1. Резонанс при малых значениях крутящего момента **М**: *а* – примерное совпадение векторов распространения основного колебания $q_y(z)$ (—) и ПСПД (····); δ – график составляющей $q_x(z)$; *в* – график модуля магнитного ПП $F_z(z)$; *г* – распределение амплитуд фурье-разложения W_F зависимости $F_z(z)$

Аналогично ведет себя модуль магнитного ПП $F_z(z)$ (рис. 1,*в*). Фурье-анализ показывает, что для описания поведения q(z) и $F_z(z)$ существенными являются первые 50 гармоник (рис. 1,*г*). Наиболее значимые группируются в районах 20-й и 40-й гармоник. Для наглядности на этом рисунке амплитуда основной гармоники уменьшена в 200 раз. При больших значениях **М** резонансные процессы становятся более выраженными (рис. 2,*a*,*б*). При этом появляются не только амплитудные, но и частотные модуляции, что приводит к образованию большого количества гармоник (рис. 2,*в*).



Во втором случае для достижения резонанса необходимо сдвинуть фазу возмущения на величину π . При малых значениях **M** существенно уменьшается амплитуда колебаний $q_x(z)$ и практически исчезает шумовая составляющая. Форма колебаний остается квазисинусоидальной. Если значение **M** велико, то наблюдаются пространственные резонансы при совпадении фаз колебаний ПСПД и шумовой составляющей (рис. 3,*a*). Существенные гармоники группируются в районах 8-, 13-, 18- и 22-й (рис. 3,*б*).

<u>2</u>. $\alpha_1 < 0$, $\alpha_2 < 0$, $\alpha_3 > 0$, $\beta_1 < 0$, $\beta_2 < 0$, $\beta_3 > 0$, $\gamma_1 < 0$, $\gamma_2 < 0$, $\gamma_3 < 0$. Здесь имеем структурный и магнитный ПП первого рода. В отсутствие ПСПД их

проекции имеют основное колебание с гипермодуляцией. Колебания модулей обоих ПП практически синусоидальны [8]. При наложении ПСПД с вектором распространения, примерно совпадающим с шумовым колебанием, появляется односторонняя амплитудная модуляция (рис. 4,*a*), что вызвано появлением совокупности гармоник в районах 12-, 45-, 65-, 85- и 105-й (рис. 4, δ). Максимум амплитуды достигается в областях, в которых возмущающее и шумовое колебания находятся в противофазе.



Рис. 3. График зависимости $F_z(z)$ при примерном совпадении векторов распространения шумового и основного колебаний структурного ПП при больших значениях **М** (*a*) и распределение амплитуд фурье-разложения W_F зависимости $F_z(z)$ (δ)

С ростом величины ПСПД размах значений минимумов колебаний уменьшается, а максимумов – увеличивается (рис. 4,*в*). Если вектор распространения этого давления примерно совпадает с соответствующим вектором основного колебания, то резонанс наступает только для *Y*-составляющих структурного и магнитного ПП (рис. 4,*г*). Однако пространственное распределение модулей ПП не изменяется по сравнению со случаем, когда значение величины ПСПД равно нулю [8]. Случай примерного совпадения векторов распространения возмущения и основного колебания не рассматривается, так как не найдено устойчивое решение системы (2) в условиях достижения резонанса.

<u>3</u>. $\alpha_1 < 0$, $\alpha_2 < 0$, $\alpha_3 > 0$, $\beta_1 > 0$, $\beta_2 < 0$, $\beta_3 > 0$, $\gamma_1 < 0$, $\gamma_2 < 0$, $\gamma_3 > 0$. Имеет место только магнитный фазовый переход первого рода. Как показано в [8], колебательный характер модулей ПП полностью обусловлен наличием шумовой составляющей. Наложение резонансного и основного колебаний ПСПД приводит к появлению синусоидальной двусторонней противофазной амплитудной модуляции составляющих $q_x(z)$ и $q_y(z)$. Поскольку разность фаз их колебаний меняется в пространстве, это вызывает появление односторонней амплитудной модуляции модулей обоих ПП (рис. 5,*a*).

Максимум модуляционных колебаний достигается в окрестностях точек совпадения фаз ПСПД и основного колебания, минимум – если эти колеба-

ния находятся в противофазе. Фурье-анализ такого поведения модулей ПП при исключении шумовой составляющей показывает появление совокупности существенных гармоник в районах 3-, 7- и 14-й (рис. $5, \delta$). Шумовая составляющая дает возникновение совокупности гармоник в районе 9-й. Если резонанс имеет место с шумовой составляющей при больших значениях момента кручения, то наложение ПСПД приводит к появлению двусторонней противофазной синхронной амплитудной модуляции модулей магнитного и структурного ПП с большим периодом (рис. $5, \epsilon$). Ввиду того, что периоды основного колебания и амплитудной модуляции существенно различны, анализ Фурье не проводили.

<u>4</u>. $\alpha_1 < 0$, $\alpha_2 > 0$, $\alpha_3 > 0$, $\beta_1 < 0$, $\beta_2 > 0$, $\beta_3 > 0$, $\gamma_1 < 0$, $\gamma_2 < 0$, $\gamma_3 > 0$. Имеют место магнитный и структурный фазовые переходы второго рода. В случае мягких материалов ($\gamma_2 >> \gamma_3$ [8]), которые характеризуются большим значением



Рис. 4. Примерное совпадение векторов распространения ПСПД и шумового колебания: a – график зависимости $F_z(z)$ (малые значения ПСПД); δ – распределение амплитуд фурье-разложения W_F зависимости $F_z(z)$; e – график зависимости $F_z(z)$ (большие значения ПСПД); c – графики зависимостей $q_y(z)$ (—) и возмущающего колебания (····)

вектора распространения **k**, наложение ПСПД приводит к появлению гипермодуляции магнитного ПП. В областях примерного совпадения векторов распространения ПСПД и шумового колебания частота гипермодуляции резко возрастает (рис. 6).



 $\underbrace{\frac{5. \ \alpha_1 < 0, \ \alpha_2 > 0, \ \alpha_3 > 0, \ \beta_1 < 0, \ \beta_2 > 0,}{\beta_3 > 0, \ \gamma_1 < 0, \ \gamma_2 < 0, \ \gamma_3 > 0.}}_{\text{Paccmot-}}$

рим твердые материалы ($\gamma_2 \ll \gamma_3$), которые характеризуются малым значением вектора распространения **k**. Проанализируем ситуацию, когда при некоторой величине **M** магнитный ПП начинает периодически менять знак на противоположный [8]. Резонанс возможен при примерном равенстве величин векторов распространения возмущающей силы и шумовой составляющей. Поскольку последняя не



Рис. 5. Резонанс ПСПД с основным колебанием: a – график зависимости $F_z(z)$ (малые значения ПСПД); δ – распределение амплитуд фурье-разложения W_F зависимости $F_z(z)$; e – график зависимости $F_z(z)$ при резонансе с шумовой составляющей (большие значения **M**)



Рис. 6. График зависимости $F_z(z)$ в случае мягких материалов

является синусоидальной и ее период меняется в пространстве, то существуют отдельные изолированные области примерного совпадения величин векторов распространения. В этих областях амплитуда шума структурного ПП резко уменьшается (рис. 7,a), а график магнитного ПП становится непрерывным (рис. 7, δ).



Рис. 7. Примерное совпадение векторов распространения ПСПД и шумовой составляющей в случае твердых материалов: a – график зависимости q(z); δ – график зависимости $F_z(z)$

Выводы

В результате теоретического рассмотрения поведения структурного и магнитного ПП в кристаллах при наложении ИПД кручением и постоянного во времени пространственно-синусоидального давления в окрестности температур магнитного и структурного фазовых переходов оказалось, что:

1) модули ПП описываются сложной функцией пространственного распределения. Появляются несинусоидальная пространственная амплитудная и частотная модуляции модулей магнитного и структурного ПП;

2) наложение дополнительного постоянного во времени и синусоидального в пространстве давления приводит к появлению пространственного резонанса, при котором образуются участки с большой амплитудой колебаний и сильно измененной частотной характеристикой распределения модулей ПП.

- 1. *Ю.М. Гуфан, Е.С. Ларин*, ФТТ **22**, 463 (1980).
- 2. V.D. Buchel'nikov, A.N. Vasil'ev, V.V. Koledov, S.V. Taskaev, V.V. Khovailo, V.G. Shavrov, Physics-Uspekhi 49, 871 (2006).
- 3. Yu.D. Zavorotnev, L.I. Medvedeva, Low Temp. Phys. 34, 131 (2008).
- 4. Yu.D. Zavorotnev, Low Temp. Phys. 39, 133 (2013).
- 5. Yu.D. Zavorotnev, E.H. Pashinskaya, V.N. Varjuchin, O.Yu. Popova, JMMM **349**, 244 (2014).
- 6. Yu.D. Zavorotnev, E.H. Pashinskaya, V.N. Varyukhin, Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics **78**, 781 (2014).

- 7. Yu.D. Zavorotnev, E.H. Pashinskaya, Low Temp. Phys. 40, 967 (2014).
- 8. *Ю.Д. Заворотнев, Е.Г. Пашинская*, ФТТ **58**, 647 (2016).
- 9. И.Е. Дзялошинский, ЖЭТФ 46, 1420 (1964).

Yu.D. Zavorotnev, E.Yu. Tomashevskaya

SPATIAL RESONANCE OF MAGNETIC MOMENT IN CRYSTALS

The interaction of magnetic and structural order parameters (OP) under simultaneous severe plastic deformation (SPD) by twisting and spatially sinusoidal pressure constant (SSCP) in time is studied. The analysis is carried out within the frameworks of phenomenological theory by Landau in default of approximation of constant moduli of irreducible vectors. The conditions are found when spatial resonance of the magnitudes of the moduli of irreducible vectors becomes possible.

Keywords: severe plastic deformation by twisting, ferromagnetic, order parameter, spatial oscillation, phase transition, harmonics

Fig. 1. Resonance at small torque M: a – approximate coincidence of the propagation vectors of the primary oscillation $q_y(z)$ (—) and SSCP (…); δ – component $q_x(z)$; e – modulus of the magnetic order parameter $F_z(z)$; e – distribution of the amplitudes of Fourier expansion W_F of $F_z(z)$

Fig. 2. Resonance at high torque **M**: a – dependences of $q_y(z)$ (—) and SSCP (····); δ – $F_z(z)$ dependence; e – distribution of the amplitudes of Fourier expansion W_F of $F_z(z)$

Fig. 3. $F_z(z)$ under approximate coincidence of the propagation vectors of the noise and the primary oscillation of the structural OP at high **M** (*a*) and distribution of the amplitudes of Fourier expansion W_F of $F_z(z)$ (δ)

Fig. 4. Approximate coincidence of the propagation vectors of SSCP and noise oscillation: $a - F_z(z)$ (small SSCP); δ – distribution of the amplitudes of Fourier expansion W_F of $F_z(z)$; $e - F_z(z)$ (high SSCP); $z - q_y(z)$ (—) and perturbation oscillation (…)

Fig. 5. Resonance of SSCP and the primary oscillation: $a - F_z(z)$ (small SSCP); δ – distribution of the amplitudes of Fourier expansion W_F of $F_z(z)$; $e - F_z(z)$ under the resonance with the noise component (high **M**)

Fig. 6. $F_z(z)$ in the case of soft materials

Fig. 7. Approximate coincidence of the propagation vectors of SSCP and the noise component in the case of hard materials: a - q(z); $\delta - F_z(z)$