

PACS: 74.25.Qt, 74.70.Ad, 75.80.+q

В.Ф. Русаков<sup>1</sup>, В.В. Чабаненко<sup>2</sup>

МАГНИТОСТРИКЦИЯ ОКСИДОВ И НИОБИЕВЫХ СПЛАВОВ,  
ОБУСЛОВЛЕННАЯ ДАВЛЕНИЕМ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

<sup>1</sup>Донецкий национальный университет  
ул. Университетская, 24, г. Донецк, 83001, Украина

<sup>2</sup>Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина НАН Украины  
ул. Р. Люксембург, 72, г. Донецк, 83114, Украина

Статья поступила в редакцию 23 сентября 2013 года

*Представлены результаты изучения явления магнитострикции в сверхпроводящих материалах  $MgB_2$ ,  $NbTi$  и  $Nb_3Al$ , детально проанализирован механизм ее возникновения. Особое внимание уделено модели магнитострикции, обусловленной пиннингом. Детально проанализированы имеющиеся экспериментальные результаты по изучению скачков магнитострикции, обусловленных термомагнитными неустойчивостями. Проведен экспериментальный и теоретический анализ полных петель намагниченности и магнитострикции для сверхпроводников второго рода в рамках следующих моделей критического состояния: модели с пик-эффектом, модели Кима–Андерсона, экспоненциальной и линейной моделями совместно с критерием неустойчивости по отношению к возникновению скачков потока. Установлено, что наличие пик-эффекта оказывает сильное влияние на гистерезисные петли намагниченности и магнитострикции для жестких сверхпроводников второго рода. Показано, что немонотонность зависимости критического тока от магнитного поля приводит как к возникновению отдельных областей магнитного поля, где неустойчивости критического состояния проявляются в виде скачков магнитного потока, так и к существованию запрещенных зон для скачков потока.*

**Ключевые слова:** магнитострикция, намагниченность, сверхпроводники второго рода, пик-эффект, пиннинг, скачки магнитного потока

*Представлено результати вивчення явища магнітострикції у надпровідних матеріалах  $MgB_2$ ,  $NbTi$  та  $Nb_3Al$ , детально проаналізовано механізм її виникнення. Особливу увагу приділено моделі магнітострикції, яка обумовлена пінінгом магнітного потоку. Детально проаналізовано наявні експериментальні результати з вивчення стрибків магнітострикції, обумовлених термомагнітними нестійкостями. Проведено експериментальний і теоретичний аналіз повних петель намагніченості й магнітострикції для надпровідників другого роду в рамках наступних моделей критичного стану: моделі з пік-ефектом, моделі Кіма–Андерсона, експоненціальної й лінійної моделей разом із критерієм нестійкості стосовно виникнення стрибків потоку. Встановлено, що наявність пік-ефекту впливає на гістерезисні петлі намагніченості й магнітострикції для жорстких надпровід-*

ників другого роду. Показано, що немонотонність залежності критичного струму від магнітного поля призводить як до виникнення окремих областей магнітного поля, де нестійкості критичного стану проявляються у вигляді стрибків магнітного потоку, так й до існування заборонених зон для стрибків потоку.

**Ключові слова:** магнітострікція, намагніченість, надпровідники другого роду, пік-ефект, піннінг, стрибки магнітного потоку

### **Введение**

Явление магнитострикции состоит в изменении размеров образца в магнитном поле; мерой магнитострикции является относительное изменение продольных и/или поперечных его размеров.

Известны два механизма, приводящие к магнитострикции в сверхпроводниках. Первый, так называемый термодинамический, определяется зависимостью свободной энергии от магнитного поля, он был достаточно подробно исследован в работе [1]. Магнитострикция, обусловленная этим механизмом, носит обратимый характер, и в слабых ( $\sim 1$  kOe) магнитных полях относительное изменение размера образца  $\Delta L/L_0$  имеет порядок  $10^{-7}$  ( $L_0$  – размер образца в нулевом магнитном поле  $H$ ). Магнитострикция в основном была изучена в середине прошлого столетия. Ввиду малости ее величины в настоящее время она интереса не представляет.

Второй механизм магнитострикции наблюдается в жестких сверхпроводниках второго рода и обусловлен неравномерностью распределения магнитного потока вследствие закрепления вихрей на центрах пиннинга. Это сопротивление входению (а также выходу) вихревой структуры (магнитного потока) при изменении магнитного поля приводит к необратимости (гистерезису) большинства исследуемых физических величин (критического тока, намагнченности и др.). При этом, поскольку центрами пиннинга являются дефекты структуры материала или включения другой фазы, через них механическое напряжение передается на сверхпроводящий образец в целом. В случае входления магнитного потока – это давление на материал и соответственно уменьшение его размеров, в случае же выхода потока – это растяжение, вызывающее увеличение его размеров в направлении, перпендикулярном магнитному полю. При экспериментальном исследовании изменения размеров образца в магнитном поле (магнитострикции) как для низкотемпературных сверхпроводников (НТСП), так и высокотемпературных сверхпроводящих (ВТСП) материалов наблюдается петля гистерезиса, характерная для измерений магнитных свойств материалов (например, намагнченности). Величина же магнитострикции, обусловленной пиннингом, определяется критическим током материала. По сравнению с магнитострикцией термодинамического происхождения [2] в магнитных полях в несколько тесла она может достигать большого ( $\sim 10^{-4}$ ) значения [1], за что ее называют гигантской. Магнитострикция некоторых сверхпроводников второго рода была впервые изучена Brändli в конце 60-х гг. прошлого столетия [3]. Однако исследуемые сверхпроводники характеризовались высокой чистотой, а так-

же низкими плотностями критического тока. Экспериментально наблюдаемая магнитострикция была относительно низкой – порядка  $10^{-7}$ . Кроме того, из-за малости критических токов не возникали термомагнитные неустойчивости, как и гигантские скачки магнитострикции, являющиеся следствием этого явления.

Модель магнитострикции, обусловленной пиннингом, впервые была предложена Ikuta с сотрудниками для объяснения магнитострикции больших монокристаллов высокотемпературного сверхпроводника  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$  [2]. В соответствии с этой моделью абсолютная величина магнитострикции сверхпроводника зависит как от плотности критического тока, так и от размеров образца. Обусловленная пиннингом магнитострикция является высокой в больших сверхпроводящих образцах, которые характеризуются высокой плотностью критического тока, что обуславливает сильную неоднородность распределения поля, проникшего в материал. При определенном значении перепада индукции, называемого критическим, в сверхпроводнике возникает неустойчивость [4,5], имеющая термомагнитную природу. Она приводит к срыву магнитного потока с центров пиннинга, и в течение короткого времени поток проникает внутрь образца на относительно большое расстояние. Срыв потока с центров пиннинга снимает давление на материал, в результате последний претерпевает гигантский скачок размеров образца вплоть до исходной величины в отсутствие внешнего поля. Впервые экспериментально такие скачки магнитострикции, обусловленные термомагнитной неустойчивостью, наблюдались на текстурированном сверхпроводнике  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  [6]. При этом давление внешнего поля величиной в 10 Т в материале перед скачком достигало величины 1 kbar. Роль давления магнитного поля, как и мгновенное снятие нагрузки в результате скачка магнитного потока, оказалась более значительной. Резкие перепады давления и неоднородность быстро распространяющейся нагрузки приводят к расслоению (разрушению) текстурированного керамического материала [7]. На основе данных по измерению или расчету намагниченности можно получить информацию по магнитострикции соответствующих материалов.

В фундаментальной монографии [8] детально рассмотрены магнитоупругие свойства как низко-, так и высокотемпературных сверхпроводников. Исследованы причины возникновения магнитострикции, механизмы ее проявления и оценен вклад в полную магнитострикцию сверхпроводников различных ее составляющих. Дано детальное феноменологическое описание магнитострикции, индуцированной пиннингом магнитного потока. Ее возникновение рассмотрено в сверхпроводниках как первого, так и второго рода. В монографии приведено обширное библиографическое описание теоретических и экспериментальных работ, посвященных изучению данного вопроса (см. литературу в [8]). В работе [7] представлены результаты расчета магнитострикции без учета термомагнитных неустойчивостей для различных моделей критического состояния жестких (с запиннигованым магнитным потоком) сверхпроводников второго рода.

В настоящей статье приведен обзор данных, полученных в работах по изучению явления магнитострикции на протяжении двух последних десятилетий. Особое внимание уделено экспериментальным результатам исследований скачков магнитострикции, обусловленных термомагнитными неустойчивостями. В работах [10–14] полные петли намагниченности и магнитострикции для сверхпроводников второго рода были рассчитаны в рамках следующих моделей критического состояния совместно с критерием неустойчивости по отношению к возникновению скачков потока: модели с пик-эффектом, модели Кима–Андерсона, экспоненциальной и линейной моделей.

### **Моделирование магнитных свойств сверхпроводников с сильным пиннингом**

Алгоритм, приведенный в работах [10–16], был использован для компьютерного моделирования магнитных свойств сверхпроводников в широком диапазоне экспериментальных параметров. Для образца в виде пластины толщиной  $L = 2d$  и бесконечной вдоль двух других направлений намагниченность  $M(H)$  и магнитострикция  $\Delta L(H)/L_0$  могут быть рассчитаны интегрированием следующих соотношений [17]:

$$M(B) = \frac{1}{\mu_0 d} \int_0^d B(x) dx - H_e, \quad (1)$$

$$\Delta L(B)/L_0 = \frac{1}{\mu_0 E_{EL} L_0} \int_0^d [B_e^2 - B^2(x)] dx, \quad (2)$$

здесь  $E_{EL}$  – модуль упругости материала вдоль оси  $x$ ,  $L_0$  – толщина образца,  $\mu_0$  – магнитная постоянная. Приведенные соотношения справедливы, когда магнитное поле  $H$  приложено параллельно поверхности пластины. Распределение индукции магнитного поля  $B(x)$  в пластине дается решением уравнения критического состояния с учетом зависимости  $J(x)$ :

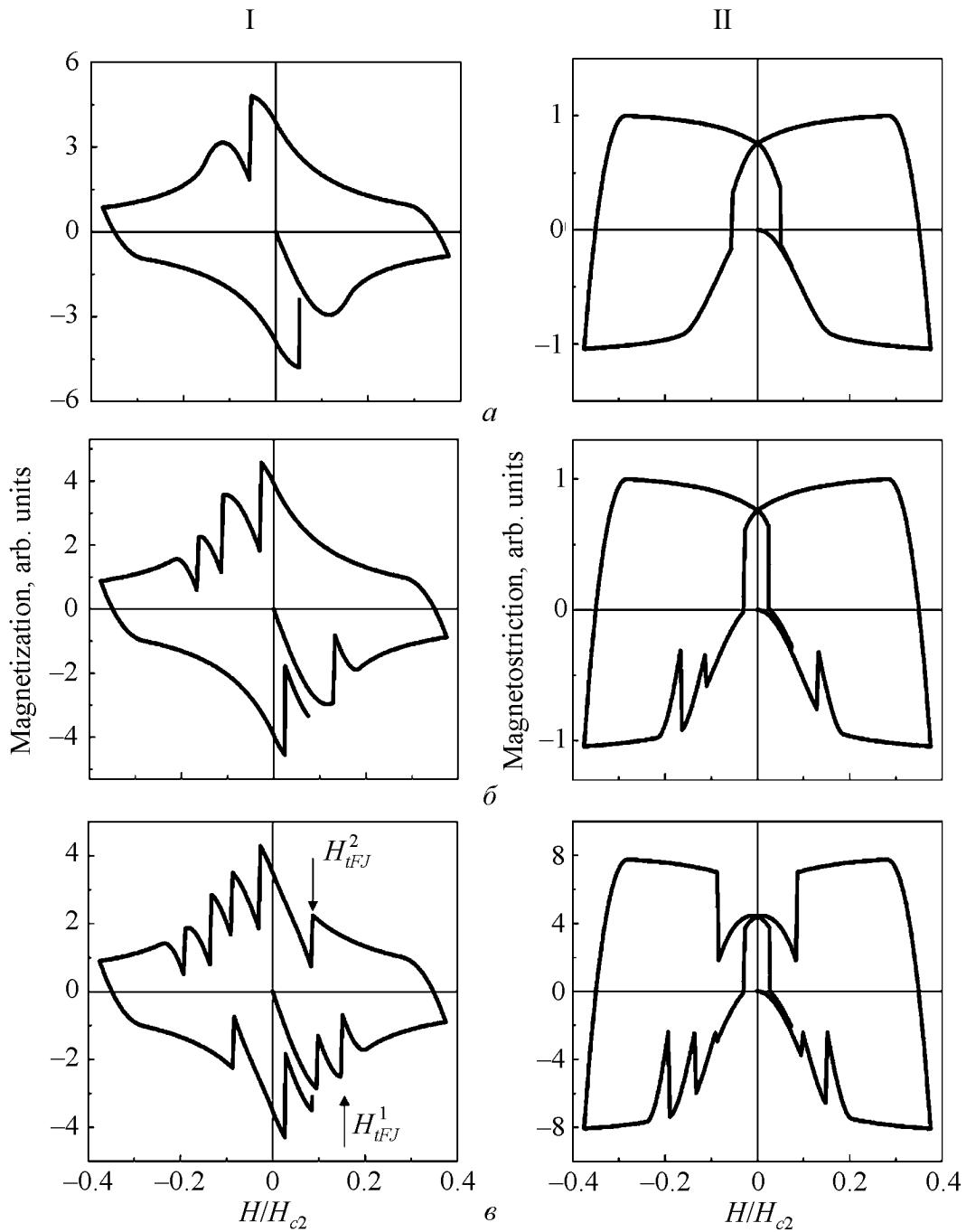
$$\frac{dB(x)}{dx} = \pm \mu_0 J(x). \quad (3)$$

Уравнение (3) может быть использовано для вычисления профиля магнитного поля в образце и определения намагниченности и магнитострикции в полях, превышающих первое критическое поле  $H_{c1}$ , где в эксперименте наблюдаются гигантские скачки магнитного потока, связанные с развитием неустойчивости и приводящие к скачкам магнитострикции.

Эти результаты и данные [9,10] были использованы для соответствующего компьютерного расчета. Авторами [17] были построены петли намагниченности и магнитострикции в широком диапазоне экспериментальных параметров с использованием указанных выше моделей для зависимости критического тока от магнитного поля.

*Обсуждение результатов расчета магнитных свойств жестких сверхпроводников*

На рис. 1 представлены петли намагниченности и магнитострикции, рассчитанные в модели Кима–Андерсона. Взяв за основу эту модель, авторы [16] проанализировали поведение скачков потока при различных температурах.



**Рис. 1.** Петли намагниченности (I) и магнитострикции (II) жесткого сверхпроводника второго рода, рассчитанные для модели Кима–Андерсона при различных температурах  $T$ , К:  $a - 8$ ,  $b - 6$ ,  $c - 4.2$

Такое поведение можно наблюдать, например, для кристаллов LaSrCuO [18] и YBaCuO [16]. Как можно видеть из представленных на рис. 1 петель намагниченности при  $T = 8$  К, первый скачок магнитного потока появляется в третьем квадранте. Затем с понижением температуры до 6 К скачок потока появляется в первом квадранте, а в третьем квадранте – число скачков увеличивается до трех. При температуре 4.2 К нестабильность появляется также во втором квадранте.

Указанное поведение скачков потока является результатом магнитной предыстории, и для всех моделей оно похоже. Авторами [17] рассчитаны профили распределения магнитной индукции, которые полностью объясняют наблюдаемую последовательность появления скачков потока, в различных квадрантах.

В экспериментах с ВТСП, имеющими низкие критические токи, при температуре  $T = 4.2$  К на петле гистерезиса наблюдаются скачки потока, только когда внешнее магнитное поле меняет свой знак (третий квадрант петли). В этой области перемагничивания скачки потока происходят в большом количестве низкотемпературных образцов [4,19,20].

В работе [4] предполагалось, что при изменении знака магнитного поля происходит аннигиляция вихрей и выделяемое тепло обуславливает некоторый начальный скачок температуры  $\Delta T_{\text{virgin}}$ . Аннигиляционный пусковой механизм и приводит к развитию неустойчивости, наблюданной как скачок потока на этом участке петли гистерезиса. Детальный анализ и результаты расчета с учетом уравнений электродинамики и теплового баланса показали [17], что даже в случае отсутствия указанного выше механизма третий квадрант гистерезисной петли наиболее опасен с точки зрения появления скачков, поскольку здесь имеет место наиболее сильное изменение магнитной индукции по сечению образца.

Сравнивая рассчитанные гистерезисные петли намагниченности и магнитострикции для случая модели Кима–Андерсона (рис. 1), можно видеть, что в области сильных магнитных полей намагниченность почти исчезает, в то же время магнитострикция сильно возрастает. Для случая экспоненциальной модели [17] и магнитострикция, и намагниченность убывают. Но отношение магнитострикция/намагниченность с ростом магнитного поля все равно составляет  $\sim 10$  при тех же условиях. Это соотношение между  $\Delta L(H)$  и  $M(H)$  получается из следующих простых формул [9,21], которые определяют ширину петель магнитострикции и намагниченности:

$$\frac{\Delta L}{L_0} \Big|_{\text{decrease } H} - \frac{\Delta L}{L_0} \Big|_{\text{increase } H} = \frac{d}{2E_{EL}} J_c B, \quad (4)$$

$$M \Big|_{\text{decrease } H} - M \Big|_{\text{increase } H} = \frac{d}{2} J_c. \quad (5)$$

Видно, что ширина петли гистерезиса намагниченности зависит от значения критического тока, а ширина петли гистерезиса магнитострикции – от величины силы пиннинга  $F_p = J_c B$ . Это означает, что ширина петли гистерезиса магнитострикции увеличивается по сравнению с шириной петли гистерезиса намагниченности в силу пропорциональности магнитному полю. Поведение силы пиннинга и магнитострикции подробно было проанализировано в статье [9].

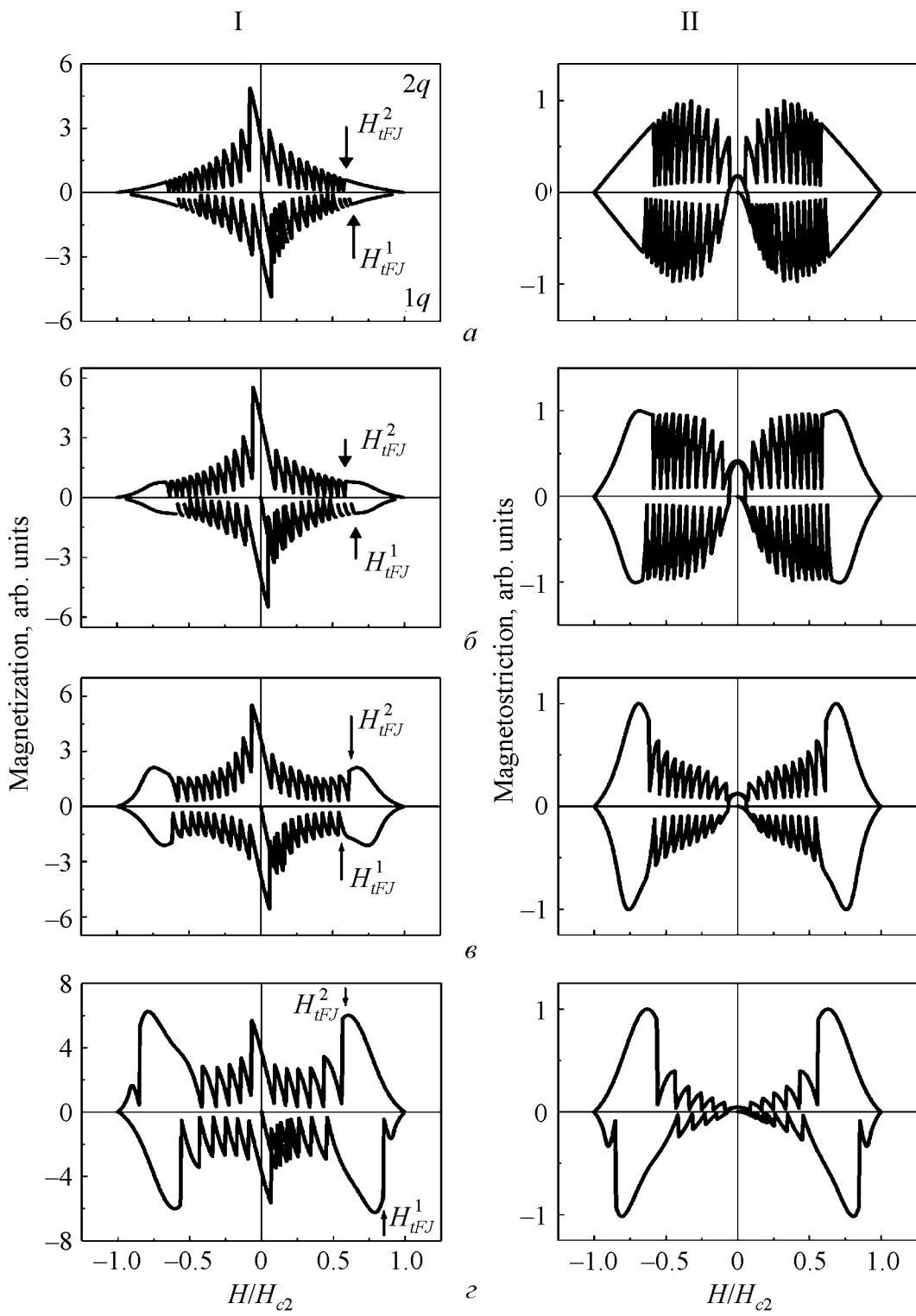
#### *Модель с пик-эффектом в критическом токе*

Особенности поведения магнитных свойств материала, критический ток которого увеличивается с ростом магнитного поля в определенном диапазоне (пик-эффект), исследовались как теоретически, так и экспериментально. Экспериментальные результаты представлены полевой зависимостью намагниченности ниобиевой пластины ( $T_c = 9$  К) с явно выраженным пик-эффектом в области температур, где возникают скачки магнитного потока. Пластина имела размеры  $a \times b \times c = 11.4 \times 5.7 \times 1$  mm и массу  $m = 552$  mg. Магнитное поле было ориентировано перпендикулярно поверхности пластины. Намагниченность измерялась с помощью вибрационного магнитометра. Магнитное поле изменялось дискретным образом (200 точек на полную петлю перемагничивания сверхпроводника:  $0 \rightarrow +H_{\max} \rightarrow 0 \rightarrow -H_{\max} \rightarrow 0$ ) так, что измерение намагниченности производилось при фиксированном во времени поле.

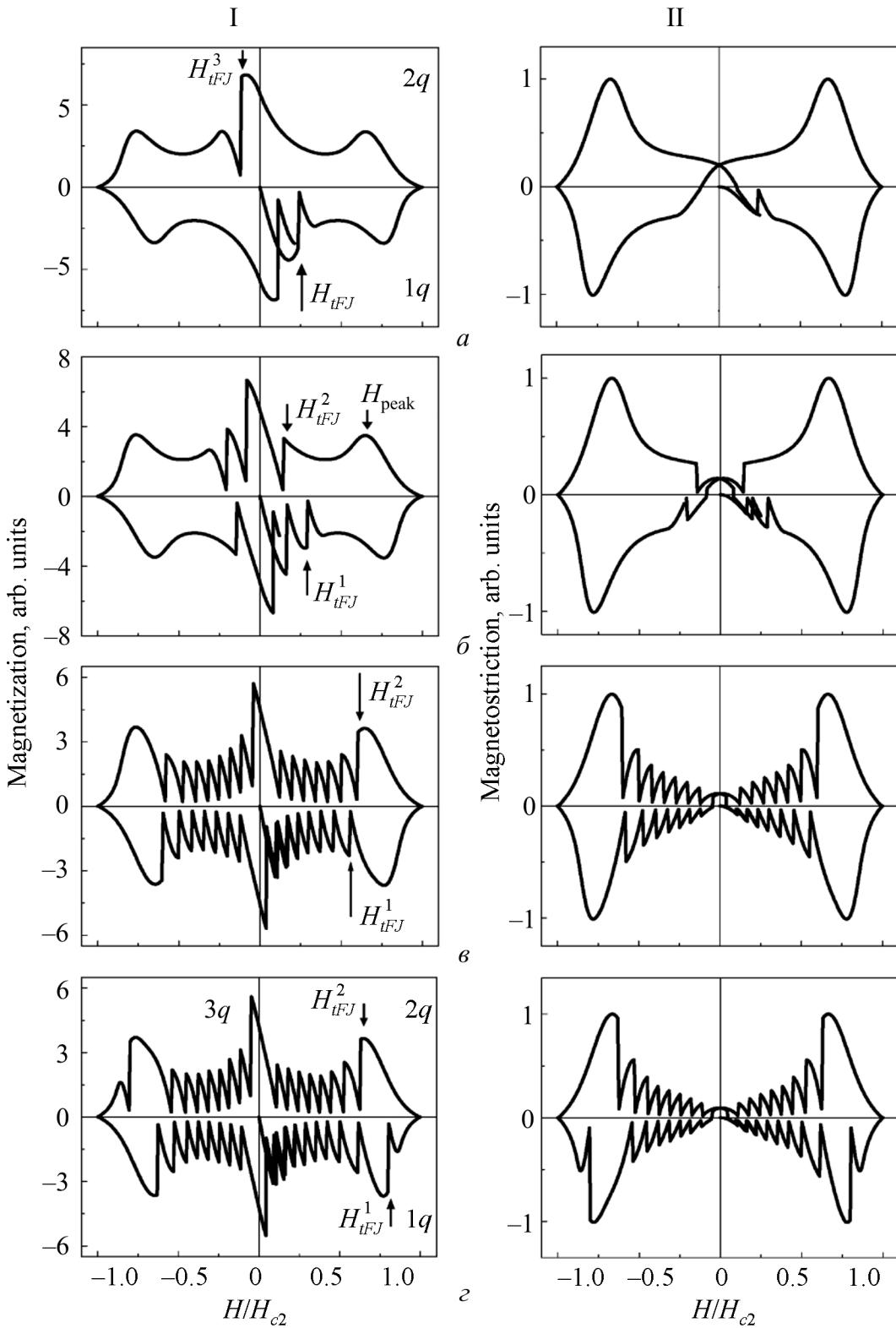
На рис. 2 представлена эволюция гистерезисных петель намагниченности и магнитострикции при дискретном увеличении роли пик-эффекта в свойствах сверхпроводника. Величина пик-эффекта регулируется коэффициентом  $K$ . Влияние температуры на гистерезис и на пороговые значения скачков потока в первом  $H_{tFJ}^1$  и втором  $H_{tFJ}^2$  квадрантах для материала со значительным пик-эффектом ( $K = 1$ ) демонстрирует рис. 3.

Данные рис. 2 путем вариации коэффициента  $K$  иллюстрируют трансформацию петель перемагничивания при переходе от модели Кима–Андерсона (пик-эффект отсутствует,  $K = 0$ ) к модели с пик-эффектом. Видно, что влияние пик-эффекта в сильном магнитном поле является более резко выраженным в случае петли гистерезиса магнитострикции, чем в случае петли гистерезиса намагниченности, как отмечалось ранее. Этот результат описывается уравнениями (4) и (5).

Основываясь на данных, представленных на рис. 2,*а–в*, можно проследить перемещение границы области нестабильности критического состояния, определяемой скачками в магнитных свойствах сверхпроводника. Эта граница в верхней и нижней полуплоскостях обозначена  $H_{tFJ}^2$  и  $H_{tFJ}^1$  соответственно. В результате коэффициент  $K$  уменьшает смещение этих границ при прохождении по области с пик-эффектом. При относительно высоких температурах скачки потока и магнитострикции не появляются в области пик-эффекта



**Рис. 2.** Петли гистерезиса намагниченности (I) и магнитострикции (II), рассчитанные для  $T = 3$  К с различной величиной пик-эффекта, определяемой значением коэффициента  $K$ :  $a - 0$ ,  $b - 0.1$ ,  $\varepsilon - 0.5$ ,  $\varepsilon - 2$



**Рис. 3.** Петли гистерезиса намагниченности (I) и магнитострикции (II), рассчитанные для сверхпроводника с сильным пик-эффектом ( $K = 1$ ) при различных температурах  $T$ , К:  $a - 10$ ,  $b - 7$ ,  $v - 3$ ,  $z - 2.5$

(рис. 3,*a,b*) и  $H_{tFJ}^1 > H_{tFJ}^2$  (это соотношение также справедливо и для моделей без пик-эффекта). При уменьшении температуры значение  $H_{tFJ}^2$  во втором квадранте непрерывно растет до значения  $H_{\text{peak}}$ , которое соответствует максимуму намагниченности. При достижении этого значения величина  $H_{tFJ}^2$  перестает меняться. В тоже время с левой стороны наклона минимума намагниченности, в первом квадранте, скачки потока не происходят, т.е.  $H_{tFJ}^1$  останавливается прямо перед областью пик-эффекта. Следовательно, соотношение между  $H_{tFJ}^1$  и  $H_{tFJ}^2$  меняется на противоположное, т.е.  $H_{tFJ}^1 < H_{tFJ}^2$ . Однако дальнейшее уменьшение температуры приводит к появлению скачков потока с правой стороны наклона минимума намагниченности, где плотность критического тока опять убывает с ростом магнитного поля, и предыдущее соотношение  $H_{tFJ}^1 > H_{tFJ}^2$  вновь выполняется.

Похожее поведение порогового значения  $H_{tFJ}$  может наблюдаться, когда величина  $H_{tFJ}$  вынуждена смещаться в область пик-эффекта с ростом значения  $K$  (см. рис. 2) при  $T = 3$  К.

Таким образом, критическое состояние сверхпроводника более устойчиво на правых склонах максимумов намагниченности  $M(H)$  в верхней полуплоскости и на левых склонах – в нижней полуплоскости. В этих областях отсутствуют скачки магнитострикции. Общая картина экспериментально найденных областей неустойчивости критического состояния пластины ниобия и полученных в результате расчета хорошо совпадает.

Указанные выше соотношения между пороговыми значениями областей скачков потока в различных квадрантах приводят к возникновению на оси магнитного поля запрещенной зоны (области) для скачков потока, что хорошо объясняет диаграмму неустойчивостей на плоскости магнитное поле–температура ( $H$ – $T$ ), наблюданную в [22]. Наличие такой зоны, ее происхождение и роль положительной производной  $\partial J_c/\partial H$  при этом детально исследованы в работе [17].

### ***Магнитострикция, обусловленная пиннингом, в MgB<sub>2</sub>, NbTi и Nb<sub>3</sub>Al***

Авторами [23] экспериментально исследована магнитострикция поликристаллической пластины  $1.8 \times 2.0 \times 2.0$  мм сверхпроводящего MgB<sub>2</sub> при различных температурах в интервале от 10 до 25 К. Петли гистерезиса магнитострикций записывались после охлаждения образца в нулевом магнитном поле. Полученные результаты удовлетворительно объясняются в рамках модели магнитострикций, обусловленной пиннингом. В статье [24] были проанализированы результаты работы [23] с учетом вклада в магнитострикцию нормального состояния с использованием экспоненциальной зависимости критического тока от магнитного поля. Авторы [24] показали, что учет указанного вклада дает лучшее согласие результатов расчета с данными экспе-

римента. Рассмотрение было проведено в области полей, где отсутствуют скачки магнитострикций.

В соответствии с моделью магнитострикции, обусловленной силами пиннинга, скачки потока индуцируют гигантские скачки магнитострикций. Авторами [25,26] исследованы магнитострикция и скачки магнитострикций в сверхпроводящих NbTi и Nb<sub>3</sub>Al. Сверхпроводники из Nb<sub>3</sub>Al имеют большие возможности применения в широкомасштабных высокополевых приложениях. В сравнении с наиболее широко используемым соединением Nb<sub>3</sub>Sn, они характеризуются более высокими критическими температурами  $T_c$ , магнитными полями  $H_{c2}$ , а также большими плотностями критического тока  $J_c$ . Как показано в [26], в этом соединении в полях до 12 Т также имеет место гигантская магнитострикция масштаба  $10^{-4}$ , которая ранее не наблюдалась в стандартных низкотемпературных металлических сверхпроводниках. Авторами этой работы проанализировано влияние пик-эффекта на форму наблюдаемой петли гистерезиса магнитострикций.

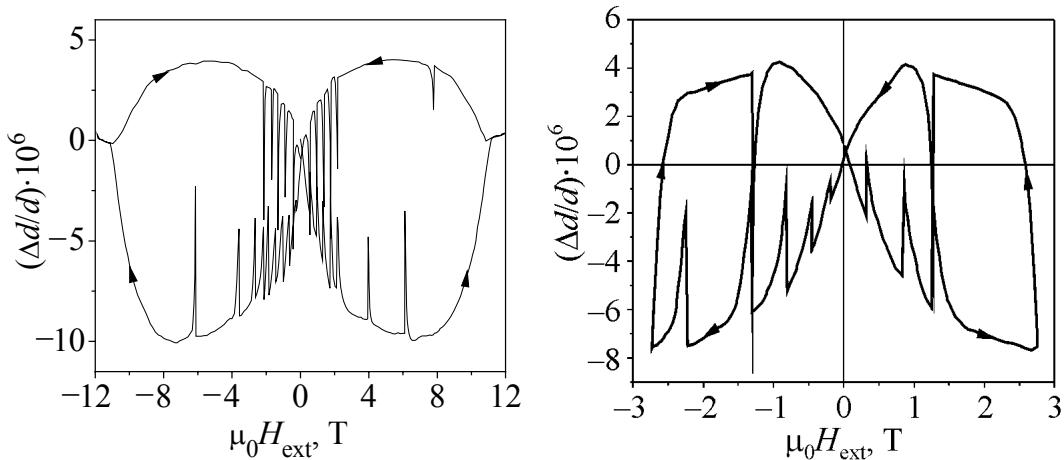
В эксперименте внешнее магнитное поле было параллельно одной из граней исследуемого образца. Образцы имели форму параллелепипеда с размерами: NbTi – 6 × 10 × 10 mm, Nb<sub>3</sub>Al – 11 × 7 × 2 mm. Экспериментальная методика исследований детально описана в работе [25].

На рис. 4 представлена петля гистерезиса поперечной магнитострикции пластины NbTi, полученная при температуре 4.2 К. Максимальное внешнее магнитное поле, приложенное в этом эксперименте, было порядка 12 Т. Во внешнем магнитном поле в несколько тесла обнаружена большая ( $\sim 10^{-5}$ ) необратимая магнитострикция. На рисунке видны гигантские скачки магнитострикций. Большая часть скачков магнитострикций происходит во внешнем магнитном поле менее 3 Т.

Для более детального изучения изменения размеров образца в магнитном поле авторами [25] была записана петля гистерезиса магнитострикции в диапазоне магнитных полей (+2.8 Т)–0–(–2.8 Т), где наблюдается наибольшее число неустойчивостей (рис. 5). На рисунке хорошо видно, что в процессе каждого скачка механическое напряжение вследствие пиннинга уменьшается, а поперечный размер (диаметр) изучаемого образца быстро изменяется, принимая свое почти равновесное значение, которое образец имел после охлаждения в нулевом магнитном поле.

Когда внешнее магнитное поле после скачка изменяется на величину порядка 0.3 Т, магнитострикция  $\Delta L/L$  достигает величины, наблюдаемой перед скачком. Структура наблюдаемых скачков магнитострикции подобна структуре скачков намагниченности, обусловленных термомагнитными лавинами [27].

Скачки поверхности намагниченности  $M(H)$  возникают в той же области магнитного поля, что и скачки магнитострикций [25], поскольку они имеют общую природу.



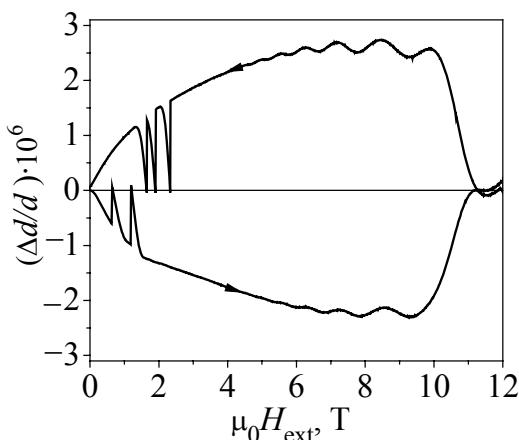
**Рис. 4.** Петля гистерезиса поперечной магнитострикции для пластины NbTi-50% размером  $6 \times 10 \times 10$  mm, полученная при температуре 4.2 K

**Рис. 5.** Петля гистерезиса поперечной магнитострикции для пластины NbTi-50%, полученная при температуре 4.2 K в полях до 2.8 T

Относительное изменение поперечного размера бесконечной пластины  $\Delta L/L$ , обусловленное силами пиннинга, может быть вычислено по стандартной формуле (2). Интегрирование этого соотношения дает следующий результат:

$$\frac{\Delta L}{L} = -\frac{1}{2E\mu_0} M \left( B_{\text{ext}} + \frac{1}{3} M \right). \quad (6)$$

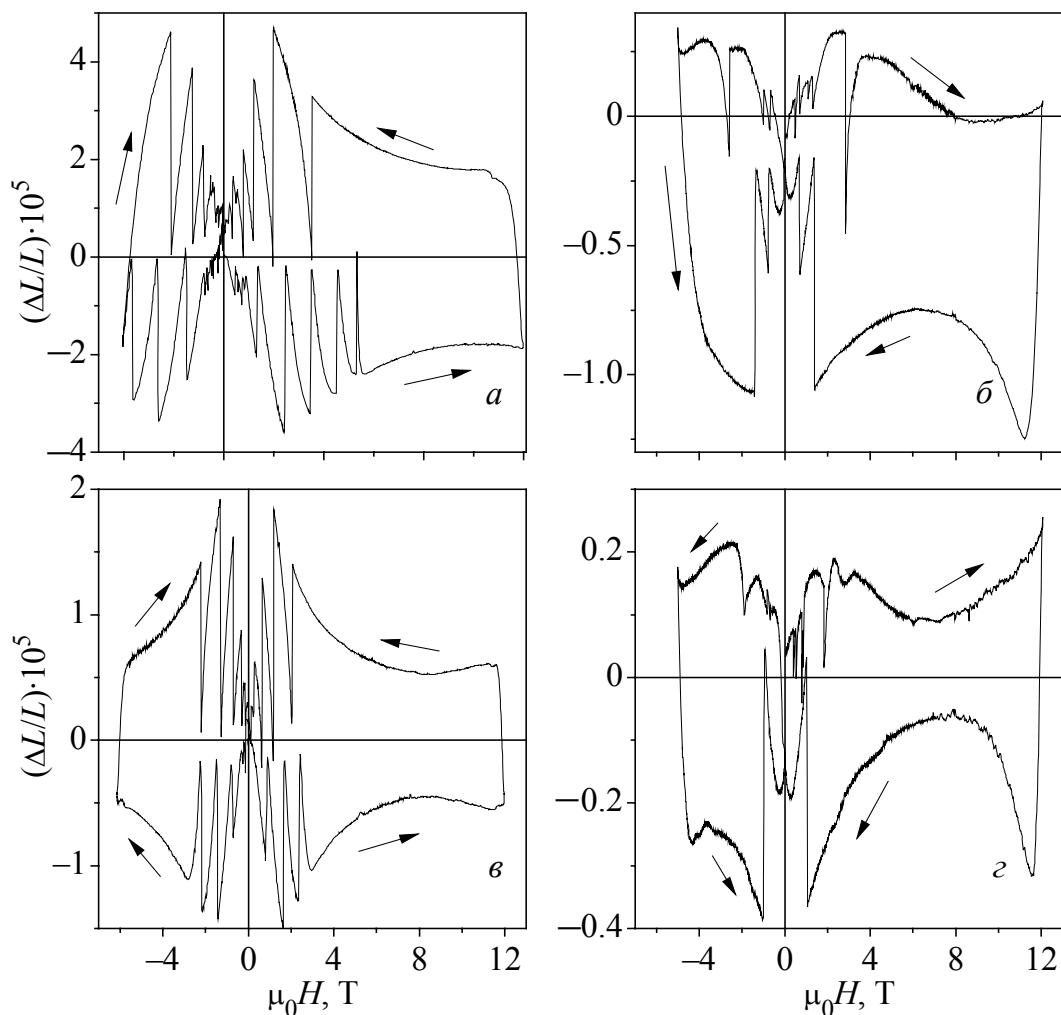
Это простое соотношение было использовано авторами [25] для моделирования кривой магнитострикции, представленной на рис. 6. Значение модуля Юнга было взято из работы [3]. Ширина расчетной петли гистерезиса магнитострикции (рис. 6) оказалась меньше, однако того же порядка величины, что и в эксперименте (см. рис. 4). Структура скачков магнитострикции на построенной кривой подобна экспериментально наблюдаемым (см. рис. 4 и 5).



**Рис. 6.** Петля гистерезиса поперечной магнитострикции, вычислена в рамках модели магнитострикции, обусловленной пиннингом

Таким образом, модель магнитострикции, обусловленной силами пиннинга, хорошо объясняет поведение магнитострикции в пластине NbTi.

Аналогичные исследования были проведены в [26] для сверхпроводящей пластины Nb<sub>3</sub>Al. В работе была изучена поперечная и продольная магнитострикция при различных температурах. На рис. 7 представлены петли гистерезиса поперечной (*a*, *в*) и продольной (*б*, *г*) магнитострикции при 4.2 К (*а*, *б*) и 10 К (*в*, *г*) соответственно. В представленном на рис. 7 температурном интервале хорошо видны гигантские скачки магнитострикции как в поперечной, так и в продольной ориентации. На рисунке видно различие между кривыми поперечной и продольной магнитострикции. При температуре 4.2 К в полях до 12 Т вертикальная ширина петли гистерезиса поперечной магнитострикции достигает величины порядка 10<sup>-4</sup>. Вертикальная ширина петли гистерезиса продольной магнитострикции при той же температуре в несколько раз меньше. При температуре 4.2 К во внешнем магнитном поле в 8 Т она примерно



**Рис. 7.** Поперечная (*а*, *в*) и продольная (*б*, *г*) петли гистерезиса магнитострикции сверхпроводящей поликристаллической пластины Nb<sub>3</sub>Al размером 11 × 7 × 2 mm при 4.2 К (*а*, *б*) и 10 К (*в*, *г*)

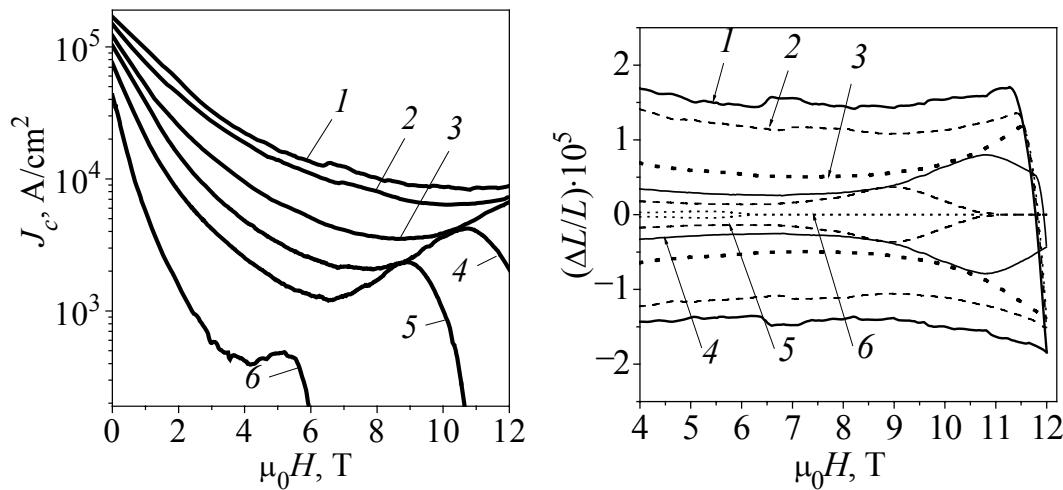
в 5 раз меньше. Также имеется различие в форме петель гистерезиса продольной и поперечной магнитострикции. В случае продольной магнитострикции в области внешних магнитных полей вблизи 12 Т наблюдается увеличение ширины петли гистерезиса магнитострикции с возрастанием внешнего магнитного поля. Этот эффект менее заметен в случае поперечной магнитострикции. Число наблюдаемых скачков магнитострикции больше в случае поперечной магнитострикции. Скачки потока возникают в области сравнительно малых магнитных полей. С возрастанием температуры уменьшается число наблюдаемых скачков потока, и область, в которой появляются скачки магнитострикции, становится более узкой.

В рассматриваемой работе для  $Nb_3Al$  была также измерена намагниченность, что позволило авторам по этим данным рассчитать зависимость плотности критического тока от температуры и магнитного поля (рис. 8). При проведении оценки предполагалось, что плотность критического тока пропорциональна вертикальной ширине петли гистерезиса намагниченности и постоянна во всем объеме образца.

В области относительно малых магнитных полей плотность критического тока в изучаемом образце убывает почти экспоненциально с возрастанием магнитного поля. В нулевом магнитном поле при температуре 4.2 К величина плотности критического тока имеет порядок  $10^9 \text{ A/m}^2$ . В сильном магнитном поле, вблизи второго критического поля  $H_{c2}$ , наблюдается максимум в плотности критического тока, т.е. имеет место пик-эффект.

Экспериментально полученная зависимость плотности критического тока от температуры и магнитного поля была использована для построения кривой магнитострикции, представленной на рис. 9. Вычисления выполнены в модели магнитострикции, индуцированной силами пиннинга [2], для бесконечной пластины и плотности критического тока, слабо зависящей от магнитного поля (квазибиновская аппроксимация, использованная в работе [9]). Поскольку имеются скачки потока, а также наблюдается сильная (экспоненциальная) зависимость плотности критического тока, использованная аппроксимация не может дать хороших результатов в относительно слабых магнитных полях. Поэтому в [26] представлены результаты только в области внешних магнитных полей (выше 4 Т), т.е. в той области, где скачки потока уже не наблюдаются. Ясно видно, что в результате наличия пик-эффекта в полевой зависимости плотности критического тока наблюдается максимум в ширине петли гистерезиса магнитострикции в области внешних магнитных полей, близких ко второму критическому полю  $H_{c2}$  (рис. 9).

Таким образом, можно сделать вывод, что гигантские скачки магнитострикции, наблюдаемые в сверхпроводящем  $Nb_3Al$ , обусловлены скачками магнитного потока. Это явление порождается термомагнитными нестабильностями критического состояния сверхпроводников второго рода [27]. В соответствии с моделью магнитострикции, индуцированной силами пиннинга, гигантские скачки потока могут породить также гигантские скачки поперечных и продольных размеров сверхпроводника.



**Рис. 8.** Зависимость критического тока от магнитного поля для Nb<sub>3</sub>Al при различных температурах  $T$ , К: 1 – 4.2, 2 – 6.5, 3 – 9, 4 – 11, 5 – 12.5, 6 – 15

**Рис. 9.** Численный расчет кривых магнитострикции в рамках модели магнитострикции, обусловленной силами пиннинга, в интервале внешних магнитных полей от 4 до 12 Т при различных температурах  $T$ , К: 1 – 4.2, 2 – 6.5, 3 – 9, 4 – 11, 5 – 12.5, 6 – 15

Различия между продольной и поперечной магнитострикцией, которые были изучены в эксперименте, в основном обусловлены геометрией образца. В соответствии с используемой моделью магнитострикции вертикальная ширина петли гистерезиса магнитострикции пропорциональна диаметру образца, измеренному в направлении, перпендикулярном внешнему магнитному полю. Для двух ориентаций образца, изучаемых в эксперименте, отношение этих диаметров равно 3.5. Кроме того, продольная магнитострикция связана с поперечной (для одной и той же ориентации образца) множителем порядка  $-2\mu/(1-\mu)$ , где  $\mu$  – коэффициент Пуассона [29]. Абсолютная величина этого множителя меньше единицы для  $\mu < 0.3$ . В результате для одной и той же ориентации образца величина продольной магнитострикции обычно несколько меньше поперечной. Следовательно, отношение вертикальной ширины петель гистерезиса поперечной и продольной магнитострикций, равное 5, найденное в [26] экспериментально при температуре 4.2 К в магнитном поле 8 Т, может считаться вполне удовлетворительным.

Таким образом, в [26] дано качественное объяснение различиям в форме поперечной, продольной и построенной (на основе данных по намагниченности) кривых магнитострикций. В случае поперечной магнитострикции диаметр образца, измеренный в перпендикулярном к внешнему магнитному полю направлении, был относительно большой (7 mm). В результате уширения влияние пик-эффекта на форму кривой поперечной магнитострикции слабо заметно даже при температуре 10 К, где в соответствии с расчетом (рис. 9) можно было ожидать, что это влияние будет очень сильным. В случае продольной магнитострикции диаметр образца, измеренный в перпендикулярном к внешнему магнитному полю направлении, относительно мал (2 mm). Сле-

довательно, наблюдается явное влияние пик-эффекта на форму петли гистерезиса магнитострикции. Для получения лучшего согласия между результатами, полученными путем расчета, и экспериментальными данными, как указано авторами [26], вместо квазибиновского приближения необходимо выполнить численное интегрирование с использованием реального профиля магнитного поля внутри образца. На возникновение скачков потока влияет также геометрия образца. Следовательно, как число скачков магнитострикции, так и ширина области неустойчивости на оси магнитного поля различны для поперечной и продольной ориентаций образцов, изучаемых в эксперименте.

### **Выводы**

1. Проанализированы расчетные и экспериментальные результаты по измерению полных петель намагниченности и магнитострикции в жестких сверхпроводниках второго рода для различных модельных представлений критического состояния с учетом критерия его нестабильности по отношению к возникновению скачков потока.
2. Большая часть экспериментально наблюдавшихся явлений в магнитных свойствах сверхпроводников, используемых для технических применений, может быть хорошо понята в рамках проведенного в рассматриваемых работах теоретического анализа с использованием механизма возникновения механических напряжений, индуцированных пиннингом магнитного потока. Наличие пик-эффекта оказывает сильное влияние на гистерезисные петли и намагниченности, и магнитострикции для жестких сверхпроводников второго рода. Учет немонотонности зависимости критического тока от магнитного поля позволил объяснить как наличие отдельных областей магнитного поля, где неустойчивости критического состояния проявляются в виде скачков магнитного потока, так и существование запрещенных зон для скачков потока.

1. *H. Kronmüller*, Phys. Status Solidi **40**, 295 (1970).
2. *H. Ikuta, N. Hirota, Y. Nakayama, K. Kishio, and K. Kitazawa*, Phys. Rev. Lett. **70**, 2166 (1993).
3. *G. Brändli*, Phys. kondens. Materie **11**, 111 (1970).
4. *J.E. Evetts, A.M. Campbell, D. Dew-Hughes*, Phil. Mag. **10**, 339 (1964).
5. *S.L. Wipf*, Phys. Rev. **161**, 404 (1967).
6. *V.V. Chabanenko, I.B. Krynetskii, S. Piechota, and H. Szymczak*, Physica **B216**, 289 (1996).
7. *V.V. Chabanenko, A.I. D'yachenko, H. Szymczak, and S. Piechota*, Physica **C289**, 211 (1997).
8. *B.B. Еременко, В.А Сиренко*, Магнитные и магнитоупругие свойства антиферромагнетиков и сверхпроводников, Наукова думка, Киев (2004).
9. *H. Ikuta, K. Kishio, and K. Kitazawa*, J. Appl. Phys. **76**, 4776 (1994).
10. *V.V. Chabanenko, A.I. D'yachenko, A.V. Chabanenko, V.F. Rusakov, H. Szymczak, S. Piechota, A. Nabialek*, Mol. Phys. Rep. **20**, 51 (1997).

11. V.V. Chabanenko, V.F. Rusakov, A.I. D'yachenko, S. Piechota, H. Szymczak, Physica **C341–348**, 2027 (2000).
12. V.V. Chabanenko, V.F. Rusakov, A.I. D'yachenko, S. Piechota, A. Nabialek, H. Szymczak, Physica **C341–348**, 2031 (2000).
13. В.В. Чабаненко, А.И. Дьяченко, В.Ф. Русаков, М.В. Залуцкий, Г. Шимчак, С. Пехома, А. Набялек, ФТВД **9**, № 2, 96 (1999).
14. V.F. Rusakov, V.V. Chabanenko, A.I. D'yachenko, H. Szymczak, S. Piechota, A. Nabialek, A. Abal'oshev, Mol. Phys. Rep. **34**, 129 (2001).
15. V.V. Chabanenko, A.I. D'yachenko, A.V. Chabanenko, H. Szymczak, S. Piechota, A. Nabialek, and N.D. Dung, J. Appl. Phys. **83**, 7324 (1998).
16. K-H. Müller and C. Andrikidis, Phys. Rev. **B49**, 1294 (1994).
17. V.V. Chabanenko, A.I. D'yachenko, M.V. Zalutskii, V.F. Rusakov, H. Szymczak, S. Piechota, A. Nabialek, J. Appl. Phys. **88**, 5875 (2000).
18. M.E. McHenry, H.S. Lessure, M.P. Maley, J.Y. Coulter, I. Tanaka, and H. Kojima, Physica **C190**, 403 (1992).
19. K. Mendelssohn, Rev. Mod. Phys. **36**, 50 (1964).
20. C.P. Bean and M.V. Doyle, J. Appl. Phys. **33**, 3334 (1962).
21. W.A. Fietz, M.R. Beasley, J. Silcox, and W.W. Webb, Phys. Rev. **A136**, 335 (1964).
22. S.H. Goedemoed, Van Kolmeschate, J.W. Metselaar, and D. De Klerk, Physica (Amsterdam) **31**, 573 (1965).
23. A. Nabialek, B. Kundys, Yu. Bakhantsev, S. Vasiliev, A. Wiśniewski, J. Jun, S.M. Kazakov, J. Karpinski, A. Szewczyk, H. Szymczak, Physica **B319**, 286 (2002).
24. S. Çelebi, F. Inanir, M.A.R. LeBlanc, J. Appl. Phys. **101**, 013906 (2007).
25. A. Nabialek, S. Vasiliev, V. Chabanenko, P. Aleksyeyev, V. Rusakov, S. Piechota, H. Szymczak, Acta Phys. Pol. **A109**, 633 (2006).
26. A. Nabialek, V.V. Chabanenko, V.F. Rusakov, S. Vasiliev, N.N. Kabdin, H. Szymczak, S. Piechota, B.N. Kodess, S.A. Kononogov, J. Low Temp. Phys. **139**, 239 (2005).
27. R.G. Mints, A.L. Rakhmanov, Rev. Mod. Phys. **53**, 551 (1981).
28. A. Nabialek, P. Komorowski, M.U. Gutowska, M.A. Balbashov, J.N. Górecka, H. Szymczak, O.A. Mironov, Supercond. Sci. Technol. **10**, 786 (1997).
29. T.H. Johansen, Phys. Rev. **B59**, 11187 (1999).

V.F. Rusakov, V.V. Chabanenko

## MAGNETOSTRICTION OF OXIDES AND NIOBIUM ALLOYS DUE TO THE PRESSURE OF THE EXTERNAL MAGNETIC FIELD

The results of the study of the phenomenon of magnetostriction in hard superconducting materials MgB<sub>2</sub>, NbTi and Nb<sub>3</sub>Al were presented and the mechanism of its occurrence was analyzed. Particular attention is given to the model of the magnetostriction due to the pinning force. Detailed analysis of the experimental results devoted the study of jumps of magnetostriction due to thermal-magnetic instabilities was made. An experimental and theoretical analysis of the complete loops of the magnetization and magnetostriction for the type-II superconductors in the critical state was performed for the model with the peak-effect, the model by Kim-Anderson, the exponential and linear models accounting the criterion of instability with respect to the occurrence of flux jumps. It was shown that the presence of the peak-effect had a strong influence on the hysteresis loops of both the

magnetization and magnetostriction of the type-II hard superconductors. It was shown that the non-monotonic dependence of the critical current on the magnetic field resulted in the appearance of a certain area of the magnetic field, where the critical state of instability were manifested in the form of magnetic flux jumps and the existence of the «forbidden» band for the flux jumps.

**Keywords:** magnetostriction, magnetization, superconductors of the second kind, peak effect, pinning, jumps of the magnetic flux

**Fig. 1.** Magnetization (I) and magnetostriction (II) loops for a hard superconductor of type II calculated for Kim–Anderson model at different temperatures  $T$ , K:  $a = 8, \delta = 6, \epsilon = 4.2$

**Fig. 2.** Hysteresis loops of magnetization (I) and magnetostriction (II) calculated for  $T = 3$  K with different values of the peak effect, determined by the value of the  $K$  factor:  $a = 0, \delta = 0.1, \epsilon = 0.5, \zeta = 2$

**Fig. 3.** The hysteresis loops of magnetization (I) and magnetostriction (II) calculated for a superconductor with a strong peak effect ( $K = 1$ ) at different temperatures  $T$ , K:  $a = 10, \delta = 7, \epsilon = 3, \zeta = 2.5$

**Fig. 4.** Hysteresis loop of the transverse magnetostriction for NbTi- 50% plate  $6 \times 10 \times 10$  mm

**Fig. 5.** Hysteresis loop of the transversal magnetostriction of plate for NbTi- 50 % obtained at 4.2 K in fields up to 2.8 T

**Fig. 6.** Hysteresis loop of the transversal magnetostriction calculated in the framework of the magnetostriction induced by the pinning

**Fig. 7.** Hysteresis loops of transversal ( $a, \epsilon$ ) and longitudinal ( $\delta, \zeta$ ) magnetostriction of a superconducting polycrystalline plate Nb<sub>3</sub>Al of  $11 \times 7 \times 2$  mm in size at 4.2 K ( $a, \delta$ ) and 10 K ( $\epsilon, \zeta$ )

**Fig. 8.** The magnetic field dependencies of the critical current for Nb<sub>3</sub>Al at different temperatures  $T$ , K:  $I = 4.2, 2 = 6.5, 3 = 9, 4 = 11, 5 = 12.5, 6 = 15$

**Fig. 9.** Numerical calculation magnetostriction in the model magnetostriction induced by pinning for magnetic fields range from 4 to 12 T at different temperatures  $T$ , K:  $I = 4.2, 2 = 6.5, 3 = 9, 4 = 11, 5 = 12.5, 6 = 15$