

PACS: 62.20.-x

Ю.Н. Подрезов, С.А. Фирстов

## ДВА ПОДХОДА К АНАЛИЗУ КРИВЫХ ДЕФОРМАЦИОННОГО УПРОЧНЕНИЯ

Институт проблем материаловедения им. И.Н. Францевича НАН Украины  
ул. Кржижановского, 3, г. Киев, 03680, Украина  
E-mail: podrezov@materials.keiv.ua

*Проведен сравнительный анализ классических теорий деформационного упрочнения У. Кокса и Х. Мекинга, а также В.И. Трефилова и В.Ф. Моисеева. Оба подхода имеют общую идеологию, основанную на учении о стадийности кривых деформационного упрочнения, которая отображает эволюцию деформационной структуры в процессе деформации. Рассмотрены общие черты двух моделей и их различия.*

За последние тридцать лет опубликовано огромное количество работ по структурной чувствительности деформационного упрочнения. Среди них, пожалуй, следует выделить работы В.И. Трефилова и В.Ф. Моисеева [1,2] по деформационному упрочнению ОЦК-металлов и обобщающую статью У. Кокса и Х. Мекинга по упрочнению ГЦК-металлов [3].

Общая идеология указанных работ основывается на учении о стадийности кривых деформационного упрочнения, которая отображает эволюцию дислокационной структуры в процессе деформации. Вместе с тем в подходах к анализу кривых упрочнения имеются существенные различия. Прежде всего, в работах У. Кокса и его последователей изучаются в основном ГЦК-металлы, а в качестве методов исследования используются испытания на кручение и реже – на сжатие. Эксперименты на растяжение считаются недостаточно информативными из-за раннего шейкообразования. Основным изучаемым параметром является скорость упрочнения  $dt/de$ , по изменению которой в зависимости от напряжения устанавливается стадийность процесса упрочнения.

В работах украинской школы до настоящего времени главным объектом исследований были ОЦК-металлы (за исключением последней работы В.Ф. Моисеева [2]). Основным методом испытания является одноосное растяжение, а стадийность обнаруживается при обработке кривых упрочнения в координатах  $\sigma-e^n$ . По точкам перегиба кривой упрочнения, перестроенной в этих координатах, судят о структурных изменениях, происходящих в материале.

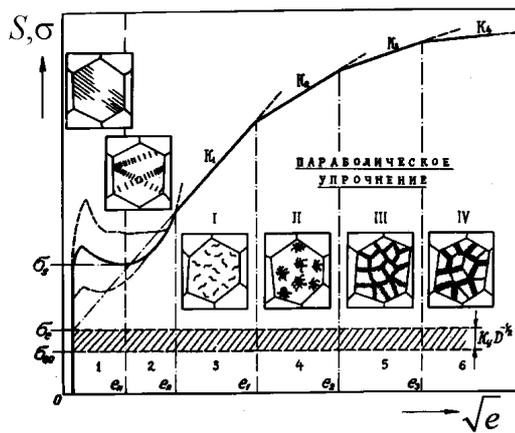


Рис. 1. Схема стадийности деформационного упрочнения ОЦК-металлов [1]

Несомненным преимуществом такой обработки является ее чувствительность к структурным перестройкам, происходящим на ранних стадиях деформации, и возможность классифицировать законы структурообразования в зависимости от энергии дефекта упаковки и типа кристаллической структуры. Однако эта методология существенно уступает методу, развитому У. Коксом с сотрудниками при анализе законов структурообразования при средних и больших пластических деформациях.

С точки зрения физической трактовки результатов анализа кривых деформационного упрочнения теория У. Кокса, устанавливая термодинамическую природу III стадии упрочнения (стадии динамического возврата, на которой образуются слабозориентированные ячейки), дает возможность прогнозированно управлять процессом структурообразования ячеек и нанозерен. Именно данный аргумент послужил толчком к проведению нами сравнительного анализа процессов деформационного упрочнения ОЦК- и ГПУ-металлов в рамках этих теорий. Объектами изучения были литые и деформированные сплавы железа и титана. Методами исследования избрали одноосное растяжение и одноосное сжатие, поскольку именно они обычно используются для определения стандартных механических свойств материала. Обработку кривых проводили в координатах  $d\sigma/de - \sigma$  и  $\sigma - \epsilon^n$ .

В работе [1] В.И. Трефилов с сотрудниками впервые продемонстрировали структурную природу стадийности упрочнения и связали линейные участки на кривой упрочнения, обработанной в координатах  $\sigma - \sqrt{\epsilon}$ , со сменой структурных состояний материала (рис. 1).

Эти представления были развиты В.Ф. Моисеевым в работе [2], где он попытался дать физическую интерпретацию показателю деформационного упрочнения, рассматривая кривую упрочнения как параболу, каждая из стадий которой описывается уравнением

$$\tau \approx Ke^n, \tag{1}$$

где  $\tau$  – деформирующее напряжение на каждой стадии,  $K$  и  $n$  – соответственно коэффициент и показатель деформационного упрочнения, зависящие от особенностей движения дислокаций по поликристаллу.

Связь между напряжением и деформацией была установлена исходя из классического соотношения Тейлора

$$\tau = \alpha \mu b \sqrt{\rho}, \tag{2}$$

связывающего деформирующее напряжение с плотностью дислокаций ( $\alpha$  – коэффициент,  $\mu$  – модуль сдвига,  $b$  – величина модуля Бюргера), и уравнения Орована, связывающего деформацию с плотностью дислокаций и длиной свободного пробега  $\Lambda$  уравнением

$$e = 0.5b\rho\Lambda. \quad (3)$$

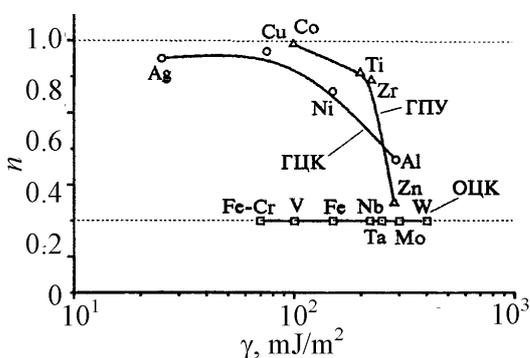
Рассмотрено два варианта развития деформации. В первом случае движущаяся дислокация, встречая на своем пути препятствие, обходит его двойным поперечным скольжением без повышения сопротивления скольжения, легко переходя в другую систему скольжения и образуя в конечном счете хаотичное, но достаточно равномерное распределение дислокаций в кристалле. Тогда длина свободного пробега дислокации является постоянной и, исходя из условия Орована (3) с учетом уравнения Тейлора (2), параметр  $n = 0.5$ . Такое значение показателя деформационного упрочнения обычно наблюдается при анализе деформационного упрочнения ОЦК-металлов.

Поскольку вопрос о постоянстве значения длины свободного пробега дислокаций является дискуссионным, рассмотрен второй случай, характерный для металлов, испытывающих затруднение с поперечным скольжением. В них накопление дислокаций сопровождается образованием скоплений. При таком варианте развития деформации возможен как линейный, так и квадратичный законы накопления плотности дислокаций с ростом деформации. В связи с этим показатель деформационного упрочнения может изменяться в пределах от 0.5 до 1 в зависимости от условий накопления плотности дислокаций [2].

Предложенный подход к анализу стадийности кривой деформационного упрочнения материалов разных классов позволил дать более глубокую интерпретацию кривых упрочнения материала с точки зрения их структурной чувствительности. Основное достижение теории Трефилова–Моисеева (Т–М) – установление однозначной связи между перегибами на кривой упрочнения в координатах  $S-e^n$  и структурными перестройками в деформированном материале.

Несомненным преимуществом такой обработки являются ее чувствительность к структурным перестройкам, происходящим на ранних стадиях деформации, и возможность классифицировать законы структурообразования в зависимости от энергии дефекта упаковки и типа кристаллической структуры (рис. 2).

К сожалению, обработка кривых упрочнения, полученных по результатам испытания на одноосное растяжение, затруднена при больших



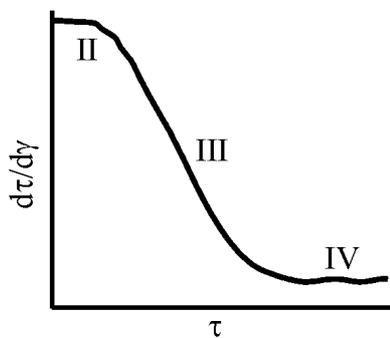
**Рис. 2.** Зависимость показателя деформационного упрочнения  $n$  от энергии дефекта упаковки  $\gamma$  для разных типов кристаллической решетки: 1 – ОЦК, 2 – ГЦК, 3 – ГПУ

степенях деформации из-за возникновения шейки. Кроме того, обработка диаграмм упрочнения в параболических координатах при  $n < 1$  сжимает ось деформации при высоких значениях  $e$ .

Наиболее благоприятной схемой испытания для анализа больших деформаций материала считается исследование образца на скручивание. При такой схеме удастся реализовать непрерывную деформацию материала до  $e \sim 10$ . Эта схема тоже не лишена недостатков, поскольку в образце невозможно реализовать равномерное распределение напряжений и деформаций. Тем не менее на основании результатов испытания материалов на кручение разработана достаточно стройная система взглядов на проблему структурной чувствительности параметров упрочнения при больших пластических деформациях.

В отличие от стандартных схем нагружения в этом случае кривые упрочнения строятся в координатах  $\tau$ - $\gamma$  (где  $\tau$  – сдвиговое напряжение,  $\gamma$  – сдвиговая деформация), а анализ структурной чувствительности упрочнения ведется в координатах  $d\gamma/d\tau$ - $\tau$ , т.е. изучается изменение скорости упрочнения с увеличением деформирующего напряжения. Такой подход к анализу процесса упрочнения оказался достаточно плодотворным и, как и в случае малых деформаций, позволил выявить ряд стадий упрочнения в области больших деформаций, которые отличаются механизмами деформации и особенностями структурообразования в различных областях пластического деформирования.

При анализе больших деформаций выделяют три стадии упрочнения (II–IV) с момента образования дислокационной структуры (рис. 3), две из



**Рис. 3.** Схема стадийности деформационного упрочнения при обработке кривых в координатах  $d\tau/d\gamma$ - $\tau$

которых (II и IV) демонстрируют слабое изменение коэффициента упрочнения с ростом напряжения течения, тогда как на стадии III наблюдается резкое замедление скорости деформации с ростом напряжения.

Наиболее глубокая трактовка процессов, происходящих на II и III стадиях упрочнения, предложена У. Коксом и Х. Мекингом (К–М) в работе [3]. В отличие от теории Т–М, У. Кокс использовал для анализа другие физические и механические параметры упрочнения (скорость накопления дислокаций  $d\rho/d\gamma$  и скорость деформации  $d\tau/d\gamma$ ), однако физическая интерпретация процесса упрочнения в обоих подходах во многом совпадает.

Для установления связи между структурой и параметрами упрочнения У. Кокс продифференцировал уравнение Тейлора (2) по деформации и представил полученные зависимости в виде выражений:

$$\tau\theta = \frac{(\alpha G)^2 b}{2 \Lambda}, \quad (4)$$

$$\frac{\theta}{\mu} = \frac{\alpha}{2} \frac{l}{\Lambda}, \quad (5)$$

где  $\tau$  и  $\gamma$  – соответственно напряжение и деформация сдвига, параметр  $\theta = d\tau/d\gamma$  характеризует скорость упрочнения. Структурные параметры модели:  $\Lambda$  – длина свободного пробега дислокаций,  $l \equiv 1/\sqrt{\rho}$  – расстояние между дислокациями.

Анализируя эти зависимости, У. Кокс рассмотрел те же два случая. Первый (когда длина свободного пробега  $\Lambda$  есть константа) практически полностью совпадает со случаем, рассмотренным В.Ф. Моисеевым для ОЦК-металлов. При этом  $\Lambda$  равна размеру зерна, и произведение  $\tau\theta$  в соответствии с уравнением (4) должно быть константой. К сожалению, в работе [3] этот случай подробно не изучен, поскольку авторы не рассматривали деформацию ОЦК-металлов.

Второй случай – самоподобное развитие деформации, когда длина свободного пробега  $\Lambda$  пропорциональна расстоянию между дислокациями  $l$ . Согласно уравнению (5) скорость деформации  $\theta$  должна быть константой и  $\theta\tau$  должно быть пропорционально  $\tau$ . В действительности, как отмечает У. Кокс, могут быть случаи, когда процесс накопления дислокаций зависит как от механизма, связанного с постоянной длиной свободного пробега, так и от механизма, когда процесс накопления пропорционален  $l$ . В этом случае проведенный анализ близок к рассмотренному В.Ф. Моисеевым, приведенному к  $n = 0.5-1$ .

Результаты экспериментальных исследований У. Кокса продемонстрировали согласие с предложенной им схемой. На ранних стадиях деформации, когда распределение дислокаций носит преимущественно хаотический характер, скорость упрочнения предполагается постоянной и не зависит от температуры и скорости деформации, ее величина  $\theta_0 \approx \mu/200$  была предметом многих теоретических исследований. Очевидно, что в рамках теории Т–М это соответствует значению  $n = 1$ .

Зависимость  $\tau\theta-\tau$  вначале описывается прямолинейной функцией, затем она искривляется, что соответствует уменьшению наклона на кривой упрочнения в координатах напряжение–деформация. Феноменологически это можно объяснить увеличением отношения  $\Lambda/l$  с ростом степени деформации. Физически это соответствует введению нового механизма – динамического возврата, который подразумевает сильную зависимость упрочнения от температуры и степени деформации. В этом случае скорость накопления дислокаций  $d\rho/d\gamma$  не сохраняется постоянной:

$$d\rho = \frac{d\gamma}{b\Lambda} - d\rho_r. \quad (6)$$

В теории динамического возврата, описывающей третью стадию упрочнения, первый член уравнения (6) предполагает постоянную скорость упрочнения, которую мы обозначаем как  $\theta_0$ , а второй член – уменьшение ско-

рости роста и плотности дислокаций за счет возврата. Тогда (6) можно переписать в терминах скоростей упрочнения в виде

$$\theta = \theta_0 - \theta_r(T, \gamma). \quad (7)$$

В рамках этой теории стадийность кривых деформационного упрочнения предопределяется склонностью деформационных структур к реализации механизма возврата. При этом возврат структуры проявляется в перегибе на кривой упрочнения, пересчитанной в координатах  $d\sigma/d\gamma$ – $\sigma$ . Точка перегиба соответствует степени деформации, при которой возникают слаботориентированные ячеистые структуры.

Это приводит к изменению характера зависимости скорости упрочнения от напряжения, которая на стадии возврата описывается уравнением Войса

$$\theta = \theta_0(1 - \tau/\tau_V), \quad (8)$$

В этой зависимости параметр  $\tau_V$  – напряжение Войса – чувствителен к скорости деформации и температуре.

Сравнение теорий Т–М и К–М свидетельствует о том, что несмотря на формальное различие в подходах к анализу процесса деформационного упрочнения, идеология обеих теорий сходна. Обработка кривых упрочнения в координатах  $\sigma$ – $e^n$  или  $d\sigma/de$ – $\sigma$  предполагает выявление перегибов на кривых упрочнения, соответствующих смене структурных состояний. Использование для анализа упрочнения степенной или параболической зависимостей (1) целесообразно при малых и средних степенях деформации, поскольку при  $1 < n \leq 0.5$  такая обработка растягивает начальный участок диаграммы нагружения, однако сжимает диаграмму при больших деформациях. Скорость упрочнения, наоборот, более сложно анализировать на начальных стадиях ввиду резкого увеличения погрешности.

Если аппроксимировать кривую упрочнения параболой  $\sigma = ke^n$  и взять производную от этой функции, то с учетом условия  $1 < n \leq 0.5$  в общем случае получим гиперболическую зависимость типа

$$\frac{d\sigma}{de} = \frac{kn}{e^{1-n}}. \quad (9)$$

В идеальном случае при  $n = 1$  производная превратится в постоянную величину, не зависящую от напряжения и деформации. В случае ОЦК-металлов при  $n = 0.5$  эта зависимость выражается в виде

$$\frac{d\sigma}{de} = \frac{k}{2e^{1/2}}. \quad (10)$$

Учитывая, что для ОЦК-металлов напряжение связано с деформацией соотношением  $\sigma \approx Ke^{1/2}$ , связь между скоростью упрочнения и напряжением для ОЦК-металлов выразится гиперболой

$$\frac{d\sigma}{de} = \frac{1}{2\tau}. \quad (11)$$

В рамках теории У. Кокса связь между скоростью упрочнения и напряжением должна описываться гиперболой, если длина свободного пробега предполагается постоянной. Этот вывод следует из уравнения (4), которое устанавливает обратно пропорциональную зависимость скорости упрочнения от напряжения:

$$\theta = \frac{(\alpha G)^2 b}{2\tau \Lambda}. \quad (12)$$

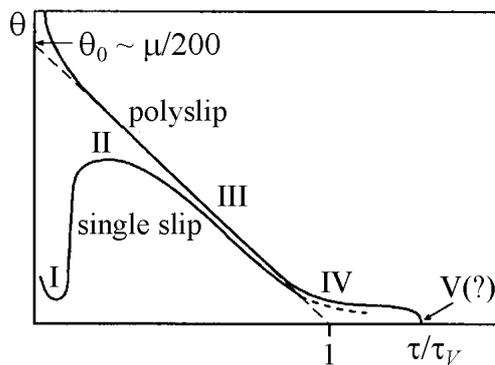
Напомним, что в теории Т–М длина свободного пробега предполагается постоянной при анализе упрочнения ОЦК-металлов.

Что касается ГЦК-металлов, по-видимому, следует иметь в виду, что для них должна учитываться возможность сосуществования различных механизмов накопления дислокаций как при постоянной длине свободного пробега, так и при  $\Lambda \sim l$ . В этом случае предполагается суперпозиция гиперболы (12) с функцией, не зависящей от напряжения (5). Это в какой-то мере соответствует подходу Трефилова и Моисеева, предполагавших, что для ГЦК- и ГПУ-кристаллов значения  $n$  изменяются от 0.5 до 1 в зависимости от статистического веса упомянутых механизмов. Если в (9) учесть, что  $\sigma \approx Ke^n$ , то связь между скоростью деформации и напряжением в терминах этой теории выразится в виде формулы

$$\frac{d\sigma}{de} = \frac{K\sigma}{\sigma^m}, \quad (13)$$

где  $K\sigma$  – постоянный коэффициент;  $m = (1 - n)/n$ . Поскольку диапазон изменения  $n = 0.5-1$ , показатель  $m$  изменяется соответственно от 1 до 0, и, следовательно, зависимость в уравнении (13) представляет собой гиперболу с дробным показателем степени.

По утверждению У. Кокса [3], линейная связь между напряжением и деформацией на второй стадии упрочнения – это всего лишь хорошее теоретическое приближение, которое в случае поликристаллов практически никогда не наблюдается экспериментально. На рис. 4 представлена классическая схема из работы У. Кокса, которая демонстрирует экспериментальный характер зависимости  $d\sigma/de-\sigma$  для реальных материалов. Из графика видно, что на второй стадии наблюдается повышение скорости упрочнения при уменьшении напряжения в поликристалле. Эта зависимость может быть рассмотрена как начальный участок упомянутой выше гиперболы.



**Рис. 4.** Реальный характер кривых упрочнения моно- и поликристаллов ГЦК-металлов, обработанных в координатах скорость упрочнения–напряжение [3]

По утверждению У. Кокса [3], линейная связь между напряжением и деформацией на второй стадии упрочнения – это всего лишь хорошее теоретическое приближение, которое в случае поликристаллов практически никогда не наблюдается экспериментально. На рис. 4 представлена классическая схема из работы У. Кокса, которая демонстрирует экспериментальный характер зависимости  $d\sigma/de-\sigma$  для реальных материалов. Из графика видно, что на второй стадии наблюдается повышение скорости упрочнения при уменьшении напряжения в поликристалле. Эта зависимость может быть рассмотрена как начальный участок упомянутой выше гиперболы.

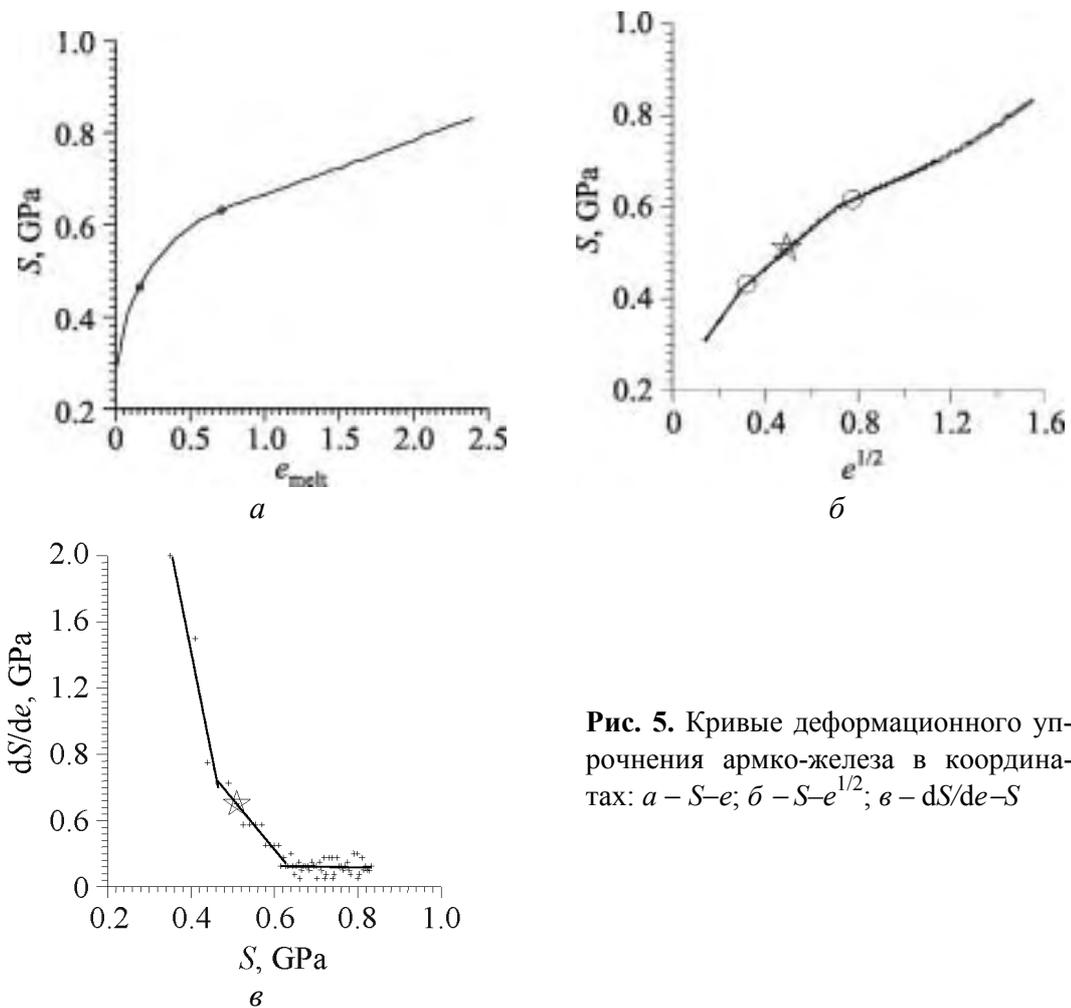
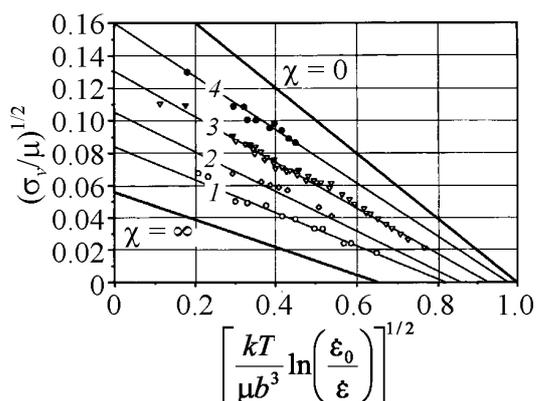


Рис. 5. Кривые деформационного упрочнения армко-железа в координатах: *a* –  $S-e$ ; *б* –  $S-e^{1/2}$ ; *в* –  $dS/de-S$

Поскольку оба описанных подхода достаточно хорошо работают в области средних деформаций, целесообразно сопоставить эти две методологии при анализе одного и тот же объекта. Для этого нами были использованы результаты исследований В.А. Крохи [4], где приведены кривые деформационного упрочнения железа с различным содержанием углерода, испытанные на одноосное сжатие по специальной методике. Благодаря использованию специальных торцевых смазок удалось изучить кривые нагрузка – деформация в широком диапазоне деформаций (до  $e \sim 2$ ). Кроме того, при испытаниях на сжатие исключаются недостатки кручения – неравномерное распределение деформаций по сечению.

Истинная диаграмма деформационного упрочнения железа технической чистоты представляет собой ярко выраженную параболу (рис. 5,а). После обработки этой кривой в координатах  $\sigma-e^{1/2}$  (рис. 5,б) и  $d\sigma/de-\sigma$  (рис. 5,в) выявляется стадийность на трех различных участках упрочнения. Отметим, что значения деформаций, соответствующих точкам перегиба, отвечают переходу от леса дислокаций к слабоориентированным ячейкам и от слабоориентированных ячеек – к разориентированным структурам (рис. 5,в).



**Рис. 6.** Зависимость нормированного напряжения Войса от температуры и скорости деформации для разных ГЦК-металлов: 1 – Al, 2 – Ni, 3 – Cu, 4 – Ag

третьей выражен неявно, и зависимость из параболической переходит в линейную, что проявляется в искривлении третьего участка кривой.

Если рассматривать зависимость  $dS/de-S$  как единое целое, обращает на себя внимание, что график на рис. 5,в напоминает гиперболу. Причем, поскольку для ОЦК-металлов параметр  $n = 0.5$ , гиперболическая зависимость достаточно крутая на начальной стадии упрочнения. Так же, как в случае обработки этой кривой в координатах  $S - \sqrt{e}$ , углы наклона при переходе от одной стадии к другой могут характеризовать коэффициенты упрочнения.

Для установления связи между параметрами упрочнения и энергией дефекта упаковки на третьей стадии У. Кокс [3] использовал зависимость нормированного напряжения Войса от температурно-скоростных параметров деформирования исследованных ГЦК-металлов, представив результаты многочисленных экспериментов в виде графиков (в координатах  $\sigma_V = f(T, \dot{\epsilon})$ ), как показано на рис. 6). Семейство прямых линий пересекает ось напряжений при условиях, которые согласно У. Коксу характеризуют максимально возможное значение напряжения Войса  $\sigma_{V0}$ , наблюдаемое при минимальной температуре и максимальной скорости деформации. Сопоставляя значения параметра  $\sigma_{V0}$  для материалов с различной энергией дефекта упаковки, У. Кокс получил связь между этими характеристиками в виде зависимости, приведенный на рис. 7. Как видно из рисунка, значение  $\sigma_{V0}$  уменьшается с ростом энергии дефекта упаковки.

Сопоставим результаты, представленные на рис. 7, с данными В.Ф. Моисеева на рис. 2, где для тех же ГЦК-металлов показана зависимость параметра  $n$  от энергии дефекта упаковки. Чтобы продемонстрировать связь между этими результатами, обратим внимание на то, что в интервале деформаций, соответствующих динамическому возврату, У. Кокс проводил анализ упрочнения в рамках уравнения Войса (8), которое предполагает линейную связь между скоростью упрочнения и напряжением.

На зависимости  $S-e^{1/2}$  (рис. 5,б) кружками отмечены точки, в которых наблюдается перегиб на кривой, обработанной в координатах  $dS/de-S$  (рис. 5,в). Как видно из рисунка, перегибы в обоих случаях наблюдаются практически при одних и тех же деформациях. Эти перегибы на графиках соответствуют изменению структурных состояний материала.

Первые два участка на зависимости  $S-e^{1/2}$  (рис. 5,б) хорошо аппроксимируются прямыми линиями, переход от второй стадии к

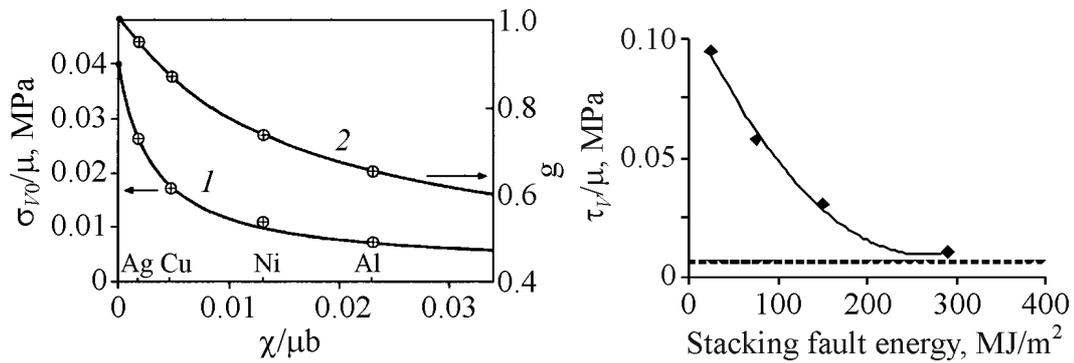


Рис. 7. Зависимость критического напряжения Войса от энергии дефекта упаковки: 1 –  $\sigma_{V0}^{(0)} = 0.04\mu$ ,  $\sigma_{V0}^{(\infty)} = 0.003\mu$ ,  $C_1 = 0.003$ , 2 –  $g_0^{(0)} = 1.01$ ,  $g_0^{(\infty)} = 0.41$ ,  $C_2 = 0.016$

Рис. 8. Зависимость приведенного напряжения Войса от энергии дефекта упаковки, рассчитанная по величине показателя деформационного упрочнения

В рамках теории Т–М кривая упрочнения описывается зависимостью (10), которая в координатах скорость упрочнения–напряжение может быть преобразована в участок гиперболы (13).

Воспользуемся разложением степенной функции  $x^{-m}$  в ряд вблизи точки  $x = x_0$ :

$$x^{-m} = x_0^{-m} - mx_0^{-m-1}(x - x_0) + \dots, \quad (14)$$

которая при  $x = 1$  преобразуется в линейную зависимость

$$X^{-m} = 1 - m(x - 1) + \dots \quad (15)$$

Учтем, что участок гиперболической функции, соответствующей области слаборазориентированных ячеек, где активированы процессы возврата, содержит точку, соответствующую условию Консидера  $d\sigma/de|_{\sigma=\sigma_{ult}} = \sigma_{ult}$ , в которой абсцисса равна ее ординате. Тогда, используя уравнения (13) и (15), получаем

$$d\sigma/de = K_{\sigma}(\sigma_{ult} - m(\sigma - \sigma_{ult})), \quad (16)$$

где  $\sigma_{ult}$  – истинное деформирующее напряжение в момент шейкообразования.

Поскольку напряжение Войса определяется из условия  $d\sigma/de|_{\sigma=\sigma_V} = 0$ , определим зависимость напряжения Войса от параметра  $m$ :

$$\sigma_V = \sigma_{ult}(1 + m)/m. \quad (17)$$

Учитывая, что максимальное напряжение  $\sigma_{ult}$  пропорционально модулю сдвига  $\mu$ , уравнение (17) можно преобразовать к виду

$$\sigma_V/\mu = \kappa(1 + m)/m, \quad (18)$$

где  $\kappa$  – коэффициент пропорциональности между  $\sigma_{ult}$  и  $\mu$ .

Принимая  $\sigma_{ult} = \mu/200$  и подставляя в (18) реальные значения  $n$ , полученные В.Ф. Моисеевым для материалов с разной энергией дефекта упаковки (с учетом соотношения  $m = (1 - n)/n$ ), получаем зависимость приведенного напряжения Войса от энергии дефекта упаковки. Для ГЦК-металлов эта зависимость показана на рис. 8. Штриховая линия соответствует приведенному напряжению Войса для ОЦК-металлов.

Сопоставляя графики, представленные на рис. 7 и 8, можно констатировать, что они имеют практически один и тот же вид. Следовательно, обе модели предсказывают одинаковое влияние энергии дефекта упаковки на характер кривой упрочнения для ГЦК-металлов.

### Выводы

1. Подходы В.И. Трефилова и В.Ф. Моисеева позволяют более детально изучать ранние стадии упрочнения.

2. Подходы У. Кокса и Х. Мекинга более удобны для анализа заключительных стадий упрочнения.

3. Параболическая зависимость деформационного упрочнения при обработке в координатах  $dS/de-S$  в общем случае преобразуется в гиперболу.

4. Несмотря на различие в формальном подходе к анализу кривых упрочнения в рамках теорий Т-М и К-М физическое обоснование моделей в обоих случаях сходно. Следствием этого является совпадение стадий на деформационных кривых, характеризующих дислокационные перестройки в деформированных материалах.

5. Обе модели предсказывают одинаковое влияние энергии дефекта упаковки на характер кривой упрочнения для ГЦК-металлов.

1. В.И. Трефилов, В.Ф. Моисеев, Э.П. Печковский, Деформационное упрочнение и разрушение поликристаллических материалов, В.И. Трефилов (ред.), Наукова думка, Киев (1987).
2. В.Ф. Моисеев, Металлофиз. новейшие технол. **23**, 387 (2001).
3. U.F. Kocks, H. Mesking, Prog. Mat. Sci. **48**, 171 (2003).
4. В.А. Кроха, Кривые упрочнения металлов при холодной деформации, Машиностроение, Москва (1968).

*Yu.N. Podrezov, S.A. Firstov*

## TWO APPROACHES TO THE ANALYSIS OF STRAIN-HARDENING CURVES

Comparison of U.F. Kocks, H. Mecking and B.I. Trefilov, V.F. Moiseev strain-hardening theories was carried out. It was established that both theories have the same basis and describe the stages of strain-hardening curves, which reflect structural evolution in deformed materials. General pattern and distinctions of these models are analyzed.

**Fig. 1.** Stages in strain hardening of bcc metals [1]

**Fig. 2.** Dependence of strain-hardening exponent  $n$  on stacking fault energy  $\gamma$  for different types of the crystal lattice: 1 – bcc, 2 – fcc, 3 – hcp

**Fig. 3.** Stages in strain hardening, curves being processed on the  $d\tau/d\gamma$ – $\tau$  coordinates

**Fig. 4.** Real character of the fcc metal single and polycrystal hardening curves processed on the hardening rate–stress coordinates

**Fig. 5.** Strain-hardening curves for armco iron on the coordinates:  $a$  –  $S$ – $e$ ;  $b$  –  $S$ – $e^{1/2}$ ;  $c$  –  $dS/de$ – $S$

**Fig. 6.** Dependence of normalized Voce stress on temperature and strain rate for different fcc metals: 1 – Al, 2 – Ni, 3 – Cu, 4 – Ag

**Fig. 7.** Dependence of critical Voce stress on stacking fault energy: 1 –  $\sigma_{V0}^{(0)} = 0.04\mu$ ,  $\sigma_{V0}^{(\infty)} = 0.003\mu$ ,  $C_1 = 0.003$ , 2 –  $g_0^{(0)} = 1.01$ ,  $g_0^{(\infty)} = 0.41$ ,  $C_2 = 0.016$

**Fig. 8.** Dependence of reduced Voce stress on stacking fault energy calculated by value of strain-hardening exponent