

PACS: 41.20.Jb

Р.И. Коштовный, С.М. Орел

## РАСЧЕТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПРОВОДЯЩЕМ ВОЛОКНИСТОМ КОМПОЗИТЕ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ

Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина НАН Украины  
ул. Р. Люксембург, 72, г. Донецк, 83114, Украина

Статья поступила в редакцию 23 апреля 2007 года

*Найдено распределение переменного низкочастотного электромагнитного поля в проводящем волокнистом композите конечной длины, компоненты которого различаются по магнитным и электрическим свойствам. Рассчитаны размеры скин-слоя и проведена оценка степени однородности магнитного поля внутри двух- и трехкомпонентных образцов. Расчеты были проведены для различных значений магнитной проницаемости одного из составляющих композит материалов и для различных положений границ раздела между разнородными компонентами. Обнаружена возможность управления глубиной проникновения магнитного поля в образец путем изменения значений этих параметров. Показано, что распределение модуля плотности тока во внутренней области имеет особенности по сравнению с однородным материалом*

### 1. Введение

В последнее время композиционные материалы стали объектом многочисленных исследований. Причина повышенного интереса заключается в том, что композиты, как правило, проявляют нетипичные для однородных материалов свойства. Вне зависимости от состава композита, наличие взаимодействующих разнородных областей приводит к изменению механических, прочностных, электрических и магнитных свойств образца как целого. Особым видом композиционных материалов являются волокнистые композиты, представляющие собой упорядоченную систему волокон одного материала, размещенных в матрице из другого. Например, в работе [1] дано подробное описание процессов технологического получения волокнистых композитов в виде железных волокон, регулярно расположенных в медной матрице.

Применение высоких давлений при изготовлении композита приводит к образованию сложной неоднородной структуры его составляющих. В частности, наблюдается взаимное растворение его компонент, что, по-видимому, и обуславливает своеобразие магнитных свойств. При измерениях низкочас-

тотной магнитной восприимчивости таких материалов в некоторых случаях обнаружены инвертированные петли гистерезиса намагниченности [2]. Следует отметить, что их появление характерно для сплавов, которые как магнитные системы неоднородны. При измерении восприимчивости необходимо, чтобы выполнялось условие однородности внешнего переменного низкочастотного магнитного поля во всем объеме образца, позволяющее четко выявлять эффекты, связанные лишь с неоднородностью магнитных свойств изучаемых систем.

Возможны различные варианты оценок однородности магнитного поля в исследуемом образце [3–5]. В наиболее простом случае критерий однородности низкочастотного магнитного поля в неограниченном однородном материале может быть получен из оценки величины скин-слоя этого образца [6], которая определяется параметрами материала и частотой внешнего переменного магнитного поля. Такие оценки известны и для ограниченных образцов определенной формы, и для частных случаев композиционных материалов [6,7]. Однако, как оказалось, композиты конечной длины в виде регулярно расположенных в проводящей матрице волокон из магнитного материала в таком аспекте плохо изучены. В этой связи целью данной работы было определение условий, при которых переменное магнитное поле в волокнистом композите цилиндрической формы с достаточной степенью точности можно считать однородным.

Проведенные расчеты позволили выявить эффекты, связанные с неоднородностью композита. Так, наличие границы раздела между разнородными областями приводит к неоднородному распределению плотности электрического тока, индуцируемого в образце внешним переменным магнитным полем. Глубина проникновения магнитного поля зависит от размеров и магнитных свойств компонент, что позволяет управлять размерами скин-слоя в композите.

## 2. Объект исследования и постановка задачи

Расчет распределения магнитного поля в ограниченном волокнистом композите – в общем случае довольно сложная задача, решение которой можно найти только в численном виде. Простейшим возможным приближением, учитывающим симметрию расположения волокон в матрице, является многокомпонентный образец, представляющий собой систему коаксиальных металлических цилиндров, различающихся по электрическим и магнитным свойствам. В данной работе мы ограничимся расчетом распределения магнитного поля в двух- и трехслойных композитах, состоящих из двух типов материалов. Магнитная проницаемость одного из них (назовем его  $N$ ) равна единице, а другого (материал  $M$ ) – больше единицы и может изменяться в широких пределах. В модели варьируемыми параметрами являются: частота внешнего магнитного поля  $\Omega$ , радиусы внутренних цилиндрических областей  $R_1$  и  $R_2$ , магнитная проницаемость  $\mu$  вещества  $M$ .

Переменное магнитное поле приложено вдоль оси образца и изменяется по закону  $\mathbf{H}_{\text{ext}}(t) = \mathbf{H}_0 e^{i\omega t}$ , где  $\mathbf{H}_0$  – постоянный вектор. Поле будем считать достаточно слабым, чтобы пренебречь его влиянием на состояние магнитной подсистемы композита. В силу симметрии магнитное поле внутри образца не зависит от азимутального угла  $\varphi$  цилиндрической системы координат. Таким образом, задача об определении магнитного поля внутри образца сводится к численному решению двумерных уравнений Максвелла для квазистационарного случая [6]:

$$\Delta \mathbf{H} = \sigma \mu \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (1)$$

здесь  $\sigma$  – проводимость,  $\mu$  – магнитная проницаемость вещества,  $\mu_0$  – магнитная постоянная.

Сформулируем граничные условия для нашей задачи. На верхней и боковой поверхностях магнитное поле по абсолютной величине равно внешнему. На оси образца производная  $\partial \mathbf{H} / \partial r = 0$ . На расстоянии  $L$  от верхнего основания, много больше, чем глубина проникновения переменного магнитного поля в однородный бесконечный образец, будем полагать  $\partial \mathbf{H} / \partial z = 0$ .

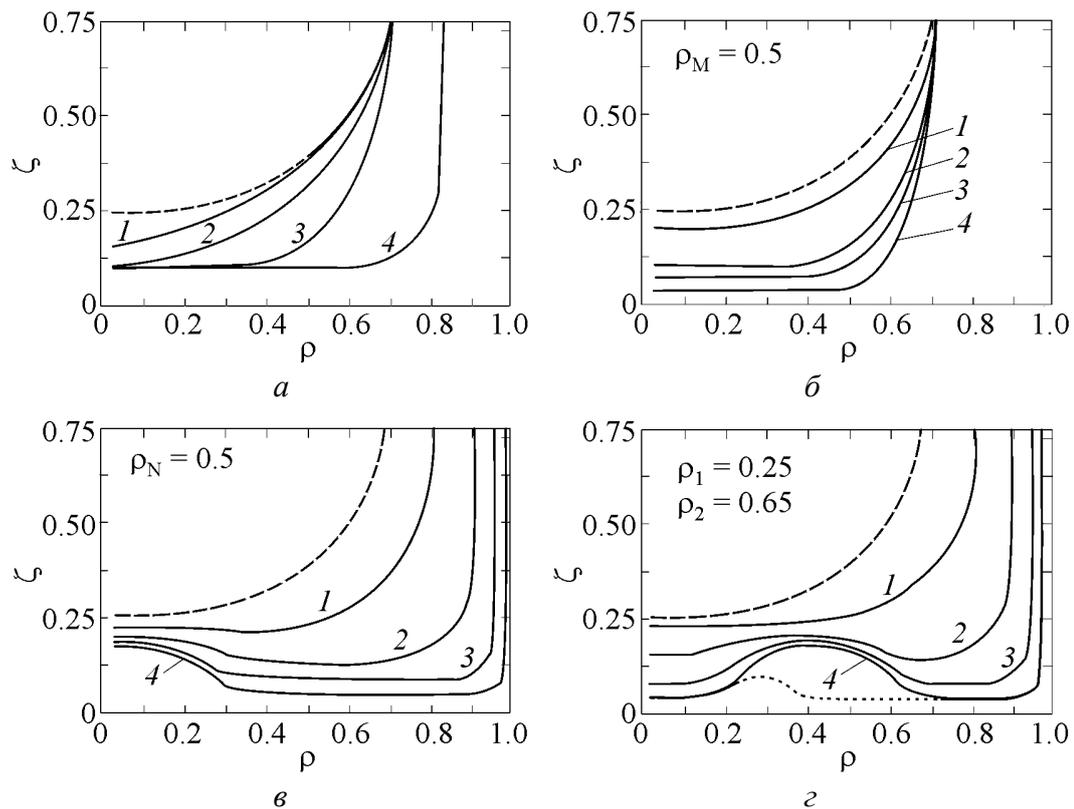
В результате проведенных расчетов найдены распределения магнитного поля и плотности вихревого тока в образце для различных значений параметров  $\Omega$ ,  $\mu$ ,  $R_i$ .

### 3. Результаты расчетов и обсуждение

#### 3.1. Расчеты распределения магнитного поля внутри композита

Отметим прежде всего, что частота в нашей задаче является масштабным коэффициентом: изменение частоты внешнего переменного магнитного поля в  $n$  раз приводит к изменению глубины его проникновения в  $1/\sqrt{n}$  раз. В этой работе приведены результаты расчетов для образцов диаметром  $R_0 = 20$  mm при частоте поля  $\Omega_0 = 1000$  Hz. Поскольку одновременное изменение частоты поля в  $n$  раз и размеров образца в  $1/\sqrt{n}$  раз не меняет картину распределения магнитного поля, удобно перейти к безразмерным переменным: частоте  $\omega = \Omega/\Omega_0$  и цилиндрическим координатам  $\rho = r/R_0$ ,  $\zeta = z/R_0$ .

По результатам расчетов для каждого композита были выделены области, в пределах которых амплитуда переменного магнитного поля уменьшается в  $\exp(1)$  раз по сравнению с внешним полем. Границы этих областей представлены на рис. 1. Как оказалось, наличие границы раздела между компонентами во всех случаях приводит к уменьшению глубины проникновения магнитного поля (ГПМП) в вещество N по сравнению с однородным материалом. На рис. 1,а–г кривая, определяющая границу скин-слоя в однородном образце N, расположена выше остальных ( $\mu = 1$ ). Видно, как с увеличением радиуса  $\rho_M$  внутренней области M уменьшаются размеры скин-слоя в композите M–N (рис. 1,а). При этом происходит уменьшение ГПМП в область, занятую как веществом M,



**Рис. 1.** Граница скин-слоя в композитах (*a, б* – М–N, *в* – N–M, *г* – M–N–M) для различных положений границы раздела  $\rho_M$  ( $\mu = 30$ ) (*a*) и для различных значений  $\mu$  вещества M (*б–г*): *a*: 1 –  $\rho_M = 0.1$ , 2 – 0.25, 3 – 0.5, 4 – 0.75; *б–г*: 1 –  $\mu = 10$ , 2 – 30, 3 – 90, 4 – 270. Штриховая кривая – граница скин-слоя в однородном образце с  $\mu = 1$

так и веществом N. В случае, когда радиус  $\rho_M < 1 - \delta_N$  ( $\delta_N$  – ГПМП в неограниченный однородный образец из материала N), магнитное поле проникает в материал N со стороны боковой поверхности так же, как и в однородный образец того же радиуса. Отметим, что для композитов с  $\rho_M > 1 - \delta_N$  (на рис. 1, *a*  $\rho_M = 0.75$ ) происходит существенное уменьшение проникновения поля в материал N.

При фиксированном значении  $\rho_M$  увеличение магнитной проницаемости  $\mu$  компоненты M также приводит к уменьшению области проникновения поля в композит. Рис. 1, *б* отображает эту зависимость для случая биметалла M–N с радиусом сердечника  $\rho_M = 0.5$ . Заметим, что геометрия границы скин-слоя остается такой же, как на рис. 1, *a* для соответствующей величины  $\rho_M$ , а размеры этой области уменьшаются.

На рис. 1, *в* изображены границы скин-слоя в двухкомпонентном композите N–M с радиусом сердечника  $\rho_N = 0.25$  для различных значений магнитной проницаемости  $\mu$ . В отличие от композита M–N (см. рис. 1, *a, б*) увеличение проницаемости  $\mu$  вещества M приводит в этом случае к существенному уменьшению размера скин-слоя у боковой поверхности. Таким образом, внешняя область, занятая материалом M, экранирует магнитное поле. Мак-

симальная глубина проникновения (в точке  $\rho = 0$ ) при  $\rho_N \rightarrow 0$  стремится к величине скин-слоя  $\delta_M(\mu)$  неограниченного однородного образца из материала М с данным значением  $\mu$ , а при  $\rho_N \rightarrow 1 - \kappa \delta_N$ .

Расчеты магнитного поля в трехслойном композите М–N–М показали, что вблизи каждой из границ раздела участки кривых, ограничивающих область проникновения магнитного поля, подобны соответствующим участкам кривых для двухкомпонентных образцов. При этом максимальное проникновение поля наблюдается во внутренней области вещества N (рис. 1,2; радиус первой границы  $\rho_1 = 0.25$ , а второй –  $\rho_2 = 0.65$ ). Обращаем внимание на то, что величина максимальной глубины проникновения уменьшается с увеличением  $\mu$  (сплошные линии на рис. 1,2). С уменьшением размеров области N граница скин-слоя (пунктирная линия;  $\mu = 270$  и  $\rho_1 = 0.25$ ,  $\rho_2 = 0.4$ ) в трехкомпонентном образце приближается к границе скин-слоя в таком же образце из однородного материала М.

### 3.2. Расчеты распределения плотности тока в композите

Анализ характера распределения магнитного поля в композитах позволил высказать предположение о том, что вблизи границы раздела между разнородными областями должен быть сосредоточен локальный максимум плотности электрического тока. Численные расчеты подтвердили это предположение. На основе рассчитанных ранее значений магнитного поля было найдено решение уравнения

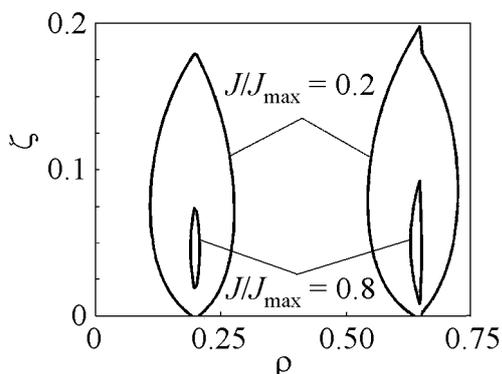
$$\text{rot}\mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (2)$$

и получено распределение плотности тока в композитах, о которых шла речь в пункте 3.1.

Оказалось, что, как и в случае однородного материала [7], ток вытеснен в основном к боковой поверхности. Вместе с тем наличие границ раздела между разнородными компонентами приводит к образованию участков во

внутренней области композита, в которых плотность тока того же порядка, что и у боковой поверхности.

Рис. 2 отображает распределение модуля плотности тока в продольном сечении триметалла с параметрами  $\mu = 270$ ,  $\rho_1 = 0.25$ ,  $\rho_2 = 0.65$ . На рисунке мы ограничились лишь той частью внутренней области, в которой наблюдаются особенности. Заметим, что вблизи каждой из границ раздела возникают участки ненулевых значений плотности тока, локализованные вблизи верхнего основания компози-



**Рис. 2.** Линии одинаковой плотности тока в приграничных областях трехслойного М–N–М-композита ( $\rho_1 = 0.25$ ,  $\rho_2 = 0.65$ ,  $\mu = 90$ )

та. Геометрия этой области зависит от взаимного расположения компонент М и N и определяется резким изменением магнитного поля в приграничных областях. Величина плотности тока во внутренней области затухает по мере продвижения в глубь композита, растет с повышением магнитной проницаемости  $\mu$  вещества М, а ее максимальное значение сравнимо с величиной плотности тока у боковой поверхности.

#### 4. Заключение

В результате численного решения определена область проникновения переменного магнитного поля в композит. Геометрия этой области существенно зависит от взаимного расположения компонент М и N и определяет степень неоднородности магнитного поля во внутренней области композита. Оценки для трехслойного образца длиной 30 mm и  $R_0 = 20$  mm,  $\rho_1 = 0.25$ ,  $\rho_2 = 0.65$ ,  $\mu = 90$  при  $\Omega = 1000$  Hz показали, что область неоднородного распределения магнитного поля составляет около 20% от всего объема образца. При уменьшении частоты внешнего магнитного поля до 40 Hz эта область увеличивается до  $\sim 40\%$ . Повышение магнитной проницаемости вещества М и уменьшение радиуса образца приводят к уменьшению размеров области неоднородности.

Вследствие магнитной неоднородности композитов распределение плотности тока в образцах также неоднородно, что проявляется вблизи границ раздела между компонентами. Оказалось, что размеры областей ненулевых значений плотности тока существенно зависят от того, насколько сильно компоненты различаются по своим магнитным и электрическим свойствам.

Анализ результатов вычислений показал, что существует возможность управления ГППП в композиты путем изменения значений магнитной проницаемости  $\mu$  материала М и размеров компонент. В некоторых случаях наличие двух разнородных областей приводит к существенному изменению глубины ГППП в образце.

1. *Н.И. Матросов, А.Б. Дугадко, Е.А. Павловская*, ФТВД **8**, № 3, 122 (1998).
2. *А.Н. Черкасов, В.А. Белошенко, В.З. Спусканюк, В.Ю. Дмитренко, Б.А. Шевченко*, ФММ (2007) (в печати).
3. *J. Teles et al.*, J. Phys. D: Appl. Phys. **37**, 1877 (2004).
4. *M. Ono, A. Suenaga, H. Hirata*, Magn. Reson. Med. **47**, 415 (2002).
5. *M. Jesenik, V. Gorigan, M. Trlep, A. Hamler, B. Stumberger*, J. Magn. Magn. Mater. **254–255**, 247 (2003).
6. *Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц*, Теоретическая физика, Т. 8. Электродинамика сплошных сред, Наука, Москва (1982).
7. *В.С. Пантюшин*, Электротехника. Общий курс, Госэнергоиздат, Москва–Ленинград (1960).

R.I. Koshtovny, S.M. Orel

## THE COMPUTATION OF VARIABLE MAGNETIC FIELD DISTRIBUTION IN THE CONDUCTIVE FIBROUS LENGTH-LIMITED COMPOSITE

The variable low-frequency electromagnetic field distribution in the conductive fibrous length-limited composite, with components differing in magnetic and electrical properties, was found. The skin-layer dimensions were calculated and the magnetic field homogeneity was estimated for two- and three-component samples. The calculations were carried out for various magnetic permeability values of one-component material and for different positions of boundary between dissimilar components. A possibility of the magnetic field penetration controlling by changing magnitudes of these parameters was found. It was shown that current density absolute value distribution in internal region has the singularities as compared with homogeneous sample.

**Fig. 1.** Skin-layer boundary in composites ( $a$ ,  $\delta$  – M–N,  $\epsilon$  – N–M,  $\zeta$  – M–N–M) for various interface positions  $\rho_M$  ( $\mu = 30$ ) ( $a$ ) and for various  $\mu$  values of M-material ( $\delta$ – $\zeta$ ):  $a$ : 1 –  $\rho_M = 0.1$ , 2 – 0.25, 3 – 0.5, 4 – 0.75;  $\delta$ – $\zeta$ : 1 –  $\mu = 10$ , 2 – 30, 3 – 90, 4 – 270. Dashed line – skin-layer boundary in homogeneous sample with  $\mu = 1$

**Fig. 2.** The equal current density lines in marginal region of three-layer M–N–M- composite ( $\rho_1 = 0.25$ ;  $\rho_2 = 0.65$ ;  $\mu = 90$ )