

PACS: 81.40.Np

Е.Н. Высоцкий

НАПРЯЖЕНИЯ В ЗОНЕ РАЗРУШЕНИЯ ПРИ НАГРУЖЕНИИ ДЛИННОМЕРНОГО СТЕРЖНЯ ТРЕХТОЧЕЧНЫМ ИЗГИБОМ

НПП «Станко Маш»

ул. Р. Люксембург, 72а, г. Донецк, 83114, Украина

E-mail: stankomash2004@ukr.net

Статья поступила в редакцию 28 марта 2006 года

Получены результаты теоретического анализа условий разрушения длинномерного стержня при нагружении трехточечным изгибом. Поведение разделяемых частей стержня в момент инициирования трещины определяется параметрами концентратора, который, в свою очередь, определяет начальную скорость движения трещины и длину пути, проходящую трещиной с большой скоростью. Расчетные данные показали, что, изменяя параметры концентратора, можно резко локализовать объем упругопластической деформации, что приводит к значительному снижению начальных режимов нагружения, снижению действия сил инерционного сопротивления в недеформируемых частях стержня и к резкому уменьшению сжимаемых напряжений под сосредоточенной опорой.

Введение

Качественный анализ динамических особенностей нагружения длинномерного стержня в процессе развития трещины дает основание предполагать, что в процессе разделения прутка путь трещины, проходимый отделяемыми частями, их скорости и ускорения зависят от закона приложения внешних и внутренних сил во времени. При докритическом росте напряжений в деформируемой зоне прутка картина напряженного состояния определяется внешними изгибающими силами и параметрами концентратора напряжений. С появлением трещины объем упругопластической деформации резко локализуется, что меняет начальные условия нагружения прутка, так как разрушение идет, хотя и при тех же условиях, но значительно превышающих предельные значения напряжений для прутка с наличием трещины.

Резкая локализация объема упругопластической деформации при образовании трещины и обуславливает динамический характер приложения внешних нагрузок, которые, в свою очередь, вызывают силы инерционного сопротивления в недеформированных частях разделяемого стержня [1,2]. Разорванные слои при этом, восстанавливая свою форму в продольном и попе-

речном направлениях, совместно с силами инерционного сопротивления в недеформируемых частях определяют внутренние силы, которые, в свою очередь, оказывают влияние на формирование напряженного состояния в плоскости разрушения. Схемы действия сосредоточенных сил и распределенных нагрузок на стержень представлены на рис. 1.

Анализ условий формирования напряжений в зоне деформации

Известно [3], что трещина достигает высокой скорости вскоре после инициирования давления, причем, чем больше затуплена стартовая трещина, тем больше начальная скорость движения и тем большую часть участка старт–остановка проходит трещина с высокой скоростью.

При ломке стержня изгибом концентратор напряжений выполняют в виде надреза с большим радиусом кривизны на дне концентратора. Поэтому начальная скорость движения трещины будет больше, чем при наличии предварительно наведенной трещины. Следуя данному выводу, предполагаем, что после старта трещина проходит свой путь с высокой скоростью, а затем резко замедляет продвижение, достигнув области сжимающих напряжений. Из картины распределения сжимающих напряжений под сосредоточенной силой на модельных образцах видно [4], что линии разного значения $\sigma_1 - \sigma_2$ относительно плоскости симметрии образуют своеобразный угловой

коридор, в который, как в ловушку, по-видимому, и попадает трещина. Тогда дальнейшее ее продвижение определяется картиной поля сжимающих напряжений под сосредоточенной силой и условиями релаксации этих напряжений во времени.

Поведение разделяемых стержней в процессе движения трещины в целом удобно рассматривать, как динамическое возмущение, наложенное на статическую реакцию по отношению к приложенной нагрузке. В начале старта трещины динамические эффекты настолько велики, что статические вычисления не отражают поведения разделяемых стержней. Однако в момент заключительной фазы скачка трещины перед ее остановкой динамические эффекты незначительны, и действительное поведение разделяемых стержней адекватно описывают статические расчеты.

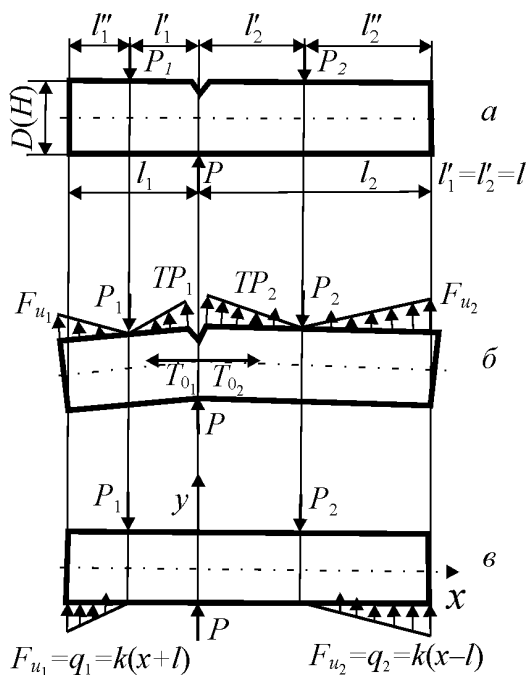


Рис. 1. Схемы действия на стержень системы сосредоточенных сил и распределенных нагрузок: *a* – в статике, *б* – в динамике с трещиной, *в* – в статике с учетом инерционного сопротивления

Применение механики разрушения к описанию динамического разрушения является отдельной, сравнительно новой и более сложной задачей, чем ее использование для описания инициирования разрушения в условиях статических полей напряжения. Поэтому при анализе факторов, определяющих условия формирования напряжения в зоне разрушения, данную задачу ограничили своими квазистатическими рамками.

Поскольку полный расчет для упругонапряженного тела с трещиной и приложенными вдоль нее усилиями нам не известен, были выполнены вычисления поля напряжения для условий, когда трещина отсутствовала. Предполагалось, что совместное действие изгиба с учетом сил инерционного сопротивления в недеформируемых частях стержня определяет своеобразный коридор сжимающих напряжений под опорной призмой, попадая внутрь которого трещина затормаживается, и дальнейшее ее распространение будет определяться влиянием на напряженное состояние сил инерционного сопротивления в недеформируемых частях стержня и условиями релаксации сжимающих напряжений под опорой. Ожидалось, что нижняя точка углового коридора смещается относительно плоскости симметрии только при определенных отношениях длин недеформированных частей стержня в результате динамического возмущения, вызванного силами инерции в этих частях. Предполагалось, что это позволит для определенных параметров длин заготовок существенно стабилизировать трещину и улучшить качество поверхности излома, а также в дальнейшем даст возможность прогнозировать вероятные пути изменения трещины и способы стабилизации распространения разрушения, которые могут придать трассе трещины определенное направление.

Рассмотрение действия сил инерционного сопротивления

Рассмотрим согласно расчетной схеме (рис. 1,б) действие на разделяемый стержень системы сосредоточенных сил и распределенных нагрузок от сил инерционного сопротивления.

Силы инерционного сопротивления в недеформированных частях по их длине распределяются по линейному закону с интенсивностью q_1 и q_2 [5]:

$$F_{u_1} = q_1 = k(x+l), \quad F_{u_2} = q_2 = k(x-l), \quad l'_1 = l'_2 = l,$$

где k – коэффициент, характеризующий динамику процесса нагружения.

Тогда условия равновесия стержня с учетом сил инерционного сопротивления записываются в виде:

$$P_1 + P_2 = P + k \frac{l_1''^2 + l_2''^2}{2}; \quad P_1 - P_2 = \frac{k}{l} \left(\frac{2l_1''^3 + 3ll_1''^2}{6} - \frac{2l_2''^3 + 3ll_2''^2}{6} \right),$$

следовательно,

$$P_1 = \frac{P}{2} + k \frac{l_1''^3 + 3l_1''^2 l - l_2''^3}{6l}; \quad P_2 = \frac{P}{2} + k \frac{l_2''^3 + 3l_2''^2 l - l_1''^3}{6l}. \quad (1)$$

В окрестности силы P поле напряжений для полуплоскости описывается формулами [6]:

$$\sigma_x = \frac{2P}{\pi} \frac{x^2 \left(y + \frac{h}{2} \right)}{\left[x^2 + \left(y + \frac{h}{2} \right)^2 \right]^2}; \quad \tau_{xy} = -\frac{2P}{\pi} \frac{x \left(y + \frac{h}{2} \right)^2}{\left[x^2 + \left(y + \frac{h}{2} \right)^2 \right]^2};$$

$$\sigma_y = -\frac{2P}{\pi} \frac{\left(y + \frac{h}{2} \right)^3}{\left[x^2 + \left(y + \frac{h}{2} \right)^2 \right]^2}. \quad (2)$$

Эти напряжения довольно быстро затухают при удалении от точки приложения сосредоточенной силы. Поэтому возмущением граничных условий при $|x| > l$ пренебрегаем в силу их малости. На нижней грани стержня граничные условия не нарушаются полем напряжений, а на верхней – возникают нормальные напряжения

$$\sigma_y \Big|_{y=\frac{h}{2}} = -\frac{2Ph^3}{\pi} \frac{1}{\left(x^2 + h^2 \right)^2} = f(x) \quad (3)$$

и касательные

$$\tau_{xy} \Big|_{y=\frac{h}{2}} = -\frac{2Ph^2}{\pi} \frac{x}{\left(x^2 + h^2 \right)^2} = -2g(x). \quad (4)$$

Решение задачи с внешними усилиями

Чтобы восстановить граничные условия, необходимо решить краевую задачу с противоположными внешними усилиями. Для этого касательную нагрузку обычным образом приведем к изгибающим и растягивающим усилиям (рис. 2). Тогда согласно схемам нагружения:

$$\text{I} \quad \tau_{xy} \Big|_{y=\pm\frac{h}{2}} = g(x),$$

$$\text{II} \quad \tau_{xy} \Big|_{y=\pm\frac{h}{2}} = \pm g(x). \quad (5)$$

Задача II соответствует схеме нагружения растяжением и для прямоугольной полосы может быть решена в линейном приближении. Напряжение τ_{xy} – нечетная функция координаты y , а σ_x и σ_y – четные. Данные условия равновесия запишутся в виде $\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0$; $\sigma_y = 0$. Учитывая, что $\tau_{xy} -$

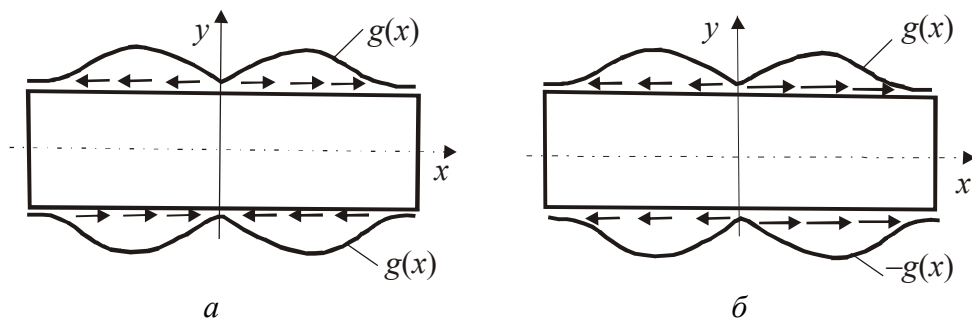


Рис. 2. Схемы нагружения касательными нагрузками: *a* – распределенный изгиб, *б* – растяжение

нечетная и линейная функция, определим $\tau_{xy} = A(x)y$. Из граничных условий найдем $A(x)h/2 = g(x)$. После подстановки получим

$$\tau_{xy} = \frac{2y}{h} g(x). \quad (6)$$

Величину σ_x определим из условия равновесия

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{2}{h} g(x) = 0; \\ \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} &= -\frac{2}{h} g(x); \end{aligned} \quad (7)$$

$$\sigma_x = -\frac{2}{h} \int_a^x g(t) dt.$$

Соотношение (7) удовлетворяется при любом a . Исходя из условия, что при $x = -l$, $\sigma_x = 0$, а при $a = -l$,

$$\sigma_x = -\frac{2}{h} \int_{-l}^x g(t) dt. \quad (8)$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{Ph}{\pi} \left[\frac{1}{x^2 + h^2} - \frac{1}{l^2 + h^2} \right], \\ \tau_{xy} &= \frac{2Ph}{\pi} \frac{xy}{(x^2 + h^2)^2}, \quad \sigma_y = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Все оставшиеся граничные условия объединили в задачу I, в которой касательные внешние усилия эквивалентны распределенному изгибающему моменту (рис. 2,а). Следовательно, окончательное решение исходной задачи (рис. 2,б) получим, добавив к полям напряжений (2) и (9) поле напряжений от изгиба стержня, представленного на рис. 3.

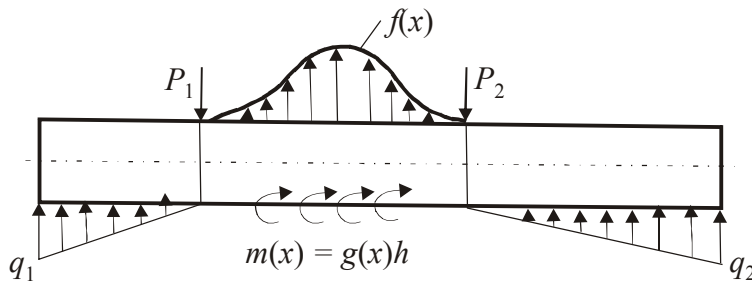


Рис. 3. Схема нагружения, эквивалентная расчетной

На участке балки $|x| \leq l$ выполняются следующие дифференциальные соотношения [7]:

$$\frac{dQ}{dx} = f(x), \quad \frac{dM}{dx} = Q + g(x). \quad (10)$$

Из этих уравнений определим сначала перерезывающую силу

$$Q(x) = \frac{P}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{x}{h} + \frac{Pxh}{\pi(x^2 + h^2)} + C_1. \quad (11)$$

Константы интегрирования находим из сечения стержня при $x = 0$, принимая главный вектор и момент паразитной нагрузки такими же, как у силы P , чтобы удалить погрешность в решении краевой задачи из интересующей нас зоны, т.е. из центральной части балки:

$$C_1 = Q|_{x=0} = K \frac{l_1''^2}{2} = P_1 + \frac{P}{2} = K \frac{l_2''^3 - l_1''^3}{6l}. \quad (12)$$

Из формул (10) и (11) получим выражение для изгибающего момента

$$M = \frac{Px}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{x}{h} - \frac{Ph^3}{2\pi(x^2 + h^2)} + C_1x + C_2, \quad (13)$$

где

$$C_2 = M|_{x=0} = K \frac{2l_1''^3 + 3l_1''^2}{6} - P_1l = K \frac{l_1''^3 + l_2''^3}{6} - \frac{Pl}{2}. \quad (14)$$

В монографии [8] даны формулы для поля напряжений при действии на стержень распределенной нормальной нагрузки. Нами выведены аналогичные формулы для распределенного момента, чтобы получить окончательное решение задачи I (см. формулы (3) и (5)). Уравнение равновесия для данной задачи запишется в виде

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \quad (15)$$

или $\tau_{xy} = a(x) + y^2b(x)$; $a(x) + (h/2)^2b(x) = g(x)$.

После подстановки τ_{xy} в уравнение равновесия получим

$$a'(x) + y^2 b'(x) + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0; \quad \sigma_y = -y a'(x) - \frac{y^3}{3} b'(x) + C(x) = 0.$$

Учитывая, что $\sigma_y \Big|_{y=\pm \frac{h}{2}} = 0$, находим

$$\frac{h}{2} a'(x) + \frac{1}{3} \left(\frac{h}{2} \right)^3 b'(x) = 0, \quad (16)$$

$$a'(x) + \left(\frac{h}{2} \right)^2 b'(x) = g'(x). \quad (17)$$

Умножив уравнение (16) на $(-2/h)$ и сложив с уравнением (17), получим

$$-\frac{1}{3} \left(\frac{h}{2} \right)^3 \left(\frac{2}{h} \right) b'(x) + \left(\frac{h}{2} \right)^2 b'(x) = g'(x).$$

Окончательно имеем $a'(x) = -1/2 g'(x)$, $b'(x) = 6/h^2 g'(x)$ и аналогично $a(x) = -1/2 g(x)$, $b(x) = 6/h^2 g(x)$,

$$\tau_{xy} = \left(-\frac{1}{2} + \frac{6y^2}{h^2} \right) g(x), \quad \sigma_y = y \left(\frac{1}{2} - \frac{2y^2}{h^2} \right) g'(x).$$

Величину σ_x находим из первого условия равновесия $\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = -\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = -\frac{12y}{h^2} g(x)$. Умножив и разделив правую часть на h , получим $\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = -\frac{12y}{h^3} h g(x)$, где $\frac{12}{h^3} = \frac{1}{I}$, а $h g(x) = m(x)$. Окончательно имеем $\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = -\frac{y}{I} h g(x)$ или $\sigma_x = -\frac{y}{I} \int h g(x) dx = -\frac{y}{I} m(x) dx$, а так как $\frac{dM}{dx} = m(x)$ при $Q = 0$,

$$\sigma_x = -\frac{yM}{I}. \quad (18)$$

Формулы, описывающие поле напряжений в зоне действия распределенной нагрузки с учетом дополнительного воздействия распределительного момента, примут следующий вид:

$$\sigma_x = -\frac{yM}{I} + \left(\frac{4y^3}{h^3} - \frac{3y}{5h} \right) f(x);$$

$$\sigma_y = \left(\frac{1}{2} + \frac{3y}{2h} - \frac{2y^3}{h^3} \right) f(x) + y \left(\frac{1}{2} - \frac{2y^2}{h^2} \right) g'(x); \quad (19)$$

$$\tau_{xy} = \frac{Q}{2I} \left(y^2 - \frac{h^2}{4} \right) + \left(\frac{6y^2}{h^2} - \frac{1}{2} \right) g(x).$$

Полное поле напряжений есть сумма полей, задаваемых формулами (2), (9) и (19).

Картина напряженного состояния в зоне действия сосредоточенной силы

Разность главных напряжений в плоской теории упругости определяется по формуле [8]:

$$\sigma_2 - \sigma_1 = 2\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2_{xy}}. \quad (20)$$

Подстановка формул (2), (9) и (19) в (20) приводит к достаточно громоздким выражениям. Поэтому для исследования картины напряженного состояния в зоне действия сосредоточенной силы нами составлена программа на «Delphi». Параметры l_1'' , l_2'' , P , интенсивность сил инерции, плечо изгибающих сил изменены в предполагаемых пределах, в результате чего были найдены значения разности главных напряжений в плоскости действия сосредоточенной силы (таблица).

Таблица

Параметры картины напряженного состояния в зоне действия сосредоточенной силы

Параметры	$l_1'' = l_2''$	$l_1'' \geq l_1' \ll l_2''$	$l_1'' < l_1' \ll l_2''$
Интенсивность сил инерции, N	3.00	3.00	3.00
Плечо изгибающих сил, m	1.00	1.00	1.00
Левый свободный конец, m	0.20	0.20	0.20
Правый свободный конец, m	0.20	0.70	1.00
Ширина картины, m	0.82	0.80	0.80
Высота картины, m	0.60	0.60	0.60
Реакции упоров, N	0.560; 0.560	0.393; 1.402	0.064; 2.496

За критерий оптимизации качества поверхности разрушения принята величина отклонения траектории трещины от плоскости сечения δ , определяемая концентратором и опорой. Линии равного значения $\sigma_1 - \sigma_2$ при $l_1'' = l_2''$ и небольших значениях P приобретают форму овала. С ростом усилия изгиба линии равных значений $\sigma_1 - \sigma_2$ под сосредоточенной силой резко изменяют свою форму, приобретая относительно плоскости симметрии седловидный характер (рис. 4,а). Причем самая нижняя точка седла находится в плоскости симметрии и является вершиной так называемого углового коридора, образованного центральной частью седла.

При $l_1'' < l_1' \ll l_2''$ седловидная форма линий равных значений $\sigma_1 - \sigma_2$ приобретает асимметричный характер (рис. 4,б), а нижняя точка седла смещается относительно плоскости симметрии в сторону действия малых сил инер-

ционного сопротивления в недеформируемых частях стержня на некоторую величину. При $l_1'' \geq l_1' \ll l_2''$ наблюдается небольшое искажение центральной части седла, нижняя точка последнего при этом практически не меняется (рис. 4,б). Данные результаты расчета получены без учета коэффициента концентрации напряжений, который определяет начальные условия разрушения и формирует локальное упругопластическое поле напряжений относительно всей плоскости разрушения.

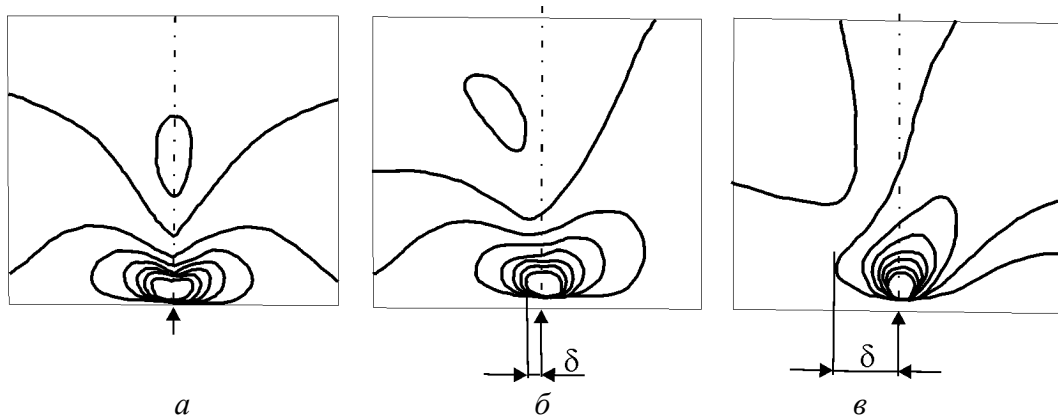


Рис. 4. Распределение разности главных напряжений $\sigma_1 - \sigma_2$ под опорой: а – $l_1' = l_2'$ и $l_1'' = l_2''$; б – $l_1' = l_2'$ и $l_1'' \geq l_1' \ll l_2''$; в – $l_1' = l_2'$ и $l_1'' < l_1' \ll l_2''$

Как известно [2], уменьшая радиус и увеличивая глубину надреза, можно резко локализовать объем упругопластической деформации. А это приводит к значительному снижению начальных режимов нагружения, снижению действия сил инерционного сопротивления в недеформируемых частях стержня и, следовательно, к резкому уменьшению сжимающих напряжений под сосредоточенной силой. Стартовая скорость трещины при этом должна значительно уменьшиться, что также является положительным фактором для качества поверхности разрушения и условий перераспределения напряжений сжатия.

Полученная в результате теоретического анализа картина линий равных значений $\sigma_1 - \sigma_2$ и анализ условий разрушения с учетом параметров, характеризующих концентрацию напряжений, явились предпосылкой для создания модели распространения трещины по сечению длиномерного стержня в заданной плоскости.

Имеющиеся данные показывают, что поведение разделяемых частей стержня в момент инициирования давления трещины зависит от глубины и радиуса кривизны на дне концентратора, который, в свою очередь, определяет начальную скорость движения трещины и длину пути, проходимую трещиной с большой скоростью. Режим нагружения стержня в целом и, следовательно, картина распределения напряжений в плоскости разрушения также зависят от параметров концентратора напряжений. Для данных условий возможны различные ситуации.

При большем затуплении концентратора объем упругопластической деформации охватывает большую зону в продольном и поперечном направлениях относительно плоскости симметрии. Причем для ситуации с начальной трещиной напряжения в этих зонах, прилегающих относительно плоскости симметрии, до разрушения превышают предельные. В результате с появлением первого разрыва сплошности, т.е. трещины, резко меняются начальные условия нагружения, происходит динамическая догрузка деформируемого объема изгибающими силами, напряжения при этом в большом объеме относительно плоскости симметрии вызывают лавинообразный разрыв последующих слоев металла. Длина разрыва мгновенно увеличивается вплоть до зоны местных сжимающих напряжений, а для ситуации с еще большей начальной зоной упругопластического объема разрыв огибает зону сжатия, что и определяет высокую скорость трещины на всем пути ее следования по сечению стержня. Такая ситуация в развитии разрушения определяется протяженными критическими полями распределения напряжений относительно плоскости симметрии.

Резкая локализация объема упругопластической деформации при образовании первого разрыва сплошности вызывает также силы инерционного сопротивления в недеформируемых частях стержня, которые в динамике оказывают дополнительное влияние на картину распределения напряжений вдоль разделяемых частей стержня и местных сжимающих напряжений под сосредоточенной силой. Наиболее вероятна ситуация, когда трещина попадает в угловой коридор местных сжимающих напряжений, где она резко затормаживается. Дальнейшее ее продвижение определяется скоростью релаксации местных сжимающих напряжений и динамическими условиями приложения внешних и внутренних сил, которые, в свою очередь определяют картину напряженного состояния под сосредоточенной силой. В результате релаксации местных сжимающих напряжений нижняя точка углового коридора смещается, что и определяет траекторию трещины. При большой длине надреза и малом радиусе кривизны объем упругопластической деформации охватывает незначительную локальную зону относительно плоскости симметрии. Поэтому разрыв сплошности металла происходит при незначительных изгибающих нагрузках, и резкого изменения начальных условий нагружения не происходит, что и определяет квазистатический режим нагружения стержня с трещиной. Скорость трещины при этом незначительна, и ее траектория зависит от симметричности приложения изгибающих нагрузок к стержню.

За такой механизм распространения трещины по сечению стержня ответственны параметры концентратора напряжений, определяющие начальные условия разрушения, схема нагружения, определяющая картину распределения напряжений относительно плоскости разрушения, и силы инерционного сопротивления в недеформированных частях стержня, определяющие картину перераспределения напряжений относительно плоскости симметрии.

Выводы

1. Поведение стержня в целом при разрушении для получения мерных заготовок удобно рассматривать как динамическое возмущение, наложенное на статическую реакцию по отношению к приложенным внешним и внутренним силам.

2. Расчет поля напряжений в окрестности действия сосредоточенной силы для симметрично нагруженного длинномерного стержня с учетом сил инерции недеформируемых отделяемых его частей дает качественную оценку вероятных путей отклонения траектории трещины.

3. Для обеспечения прямолинейного продвижения трещины в поперечном сечении стержня необходимо создание такого напряженного состояния в зоне сжатия, которое бы в динамике однозначно определяло симметричный угловой коридор с вершиной, размещенной в плоскости симметрии. Достаточным условием для этого является обеспечение равновесия сил инерционного сопротивления в недеформируемых отделяемых частях.

4. Для обеспечения симметричности приложения нагрузки в процессе движения трещины в случаях, когда силы инерционного сопротивления не уравновешены, необходимо создание схем нагружения, обеспечивающих в динамике дополнительное воздействие нагрузок на стержень.

1. *Е.Н. Высоцкий*, Исследование и разработка процесса ломки проката, Автореф. дисс. ... канд. техн. наук, Краматорск (1982).
2. *Е.Н. Высоцкий*, ФТВД **15**, № 3, 147 (2005).
3. *П. Кросли, Э. Риплинг*, в сб.: Механика разрушения, Мир, Москва (1981), № 25, с. 100.
4. *Н.А. Чеченов, А.Б. Кудрин, П.И. Полухин*, Методы исследования процессов обработки металлов давлением, Металлургия, Москва (1977).
5. *К.В. Соляник-Красса*, Введение в механику деформируемого твердого тела, Изд-во Ленингр. ун-та, Ленинград (1976).
6. *Я.С. Уфлянци*, Интегральные преобразования в задачах теории упругости, Изд-во АН СССР, Москва–Ленинград (1963).
7. *Патент Японии 318309*. Кл.12A241, Метод точной разделки прутка на мерные заготовки (1959).
8. *С.П. Тимошенко*, Курс теории упругости, Наукова думка, Киев (1972).

Е.Н. Vysotskiy

STRESSES IN RUPTURED ZONE AT LOADING LONG-LENGTH ROD BY THREE-POINT BENDING

Results have been obtained of the theoretical analysis of failure conditions for a long rod under three-point bending load. At the moment of crack initiation, the behavior of divisible rod parts is defined by concentrator's parameters, which, in turn, determines the initial velocity of crack motion and the length of path the crack overcomes at a high velocity.

The calculations have shown that by varying concentrator's parameters, one can quickly localize the volume of elastic-plastic deformation and, thus, decrease the initial loading conditions as well as forces of inertial resistance in the undeformable rod parts and, finally, much decrease the compressive stresses under the concentrated support.

Fig. 1. Schemes showing the action of a system of concentrated forces and distributed load on a rod: a – in statics, \bar{b} – in dynamics with the crack, \bar{e} – in statics allowing for the inertial resistance

Fig. 2. Schemes of loading with tangential loads: a – distributed bend, \bar{b} – tension

Fig. 3. Loading scheme equivalent to design one

Fig. 4. Distribution of difference in principal stresses $\sigma_1 - \sigma_2$ under support: $a - l'_1 = l'_2$ and $l''_1 = l''_2$; $\bar{b} - l'_1 = l'_2$ and $l''_1 \geq l'_1 \ll l''_2$; $\bar{e} - l'_1 = l'_2$ and $l''_1 < l'_1 \ll l''_2$