

PACS: 81.40.Np

Е.Н. Высоцкий

УСЛОВИЕ УСТОЙЧИВОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТРЕЩИНЫ

НПП «Станко Маш»
ул. Р. Люксембург, 72а, г. Донецк, 83114, Украина

Статья поступила в редакцию 19 мая 2005 года

Выполнен подробный качественный анализ напряженно-деформированного состояния длинномерного образца сплошного сечения с распространяющейся в нем краевой трещиной. Объясняются особенности распространения трещины при отделении длинной полосы (бруска) сплошного сечения методом изгиба.

Введение

Существует проблема устойчивости траектории распространения трещины при разделении длинномерного проката ломкой. В работе [1] показано, что для этой траектории напряженно-деформированное состояние стержня при изгибе может создавать устойчивые или неустойчивые условия. Указанные условия определяются направлениями площадок наибольших растягивающих напряжений в окрестности конца трещины. Эти направления задаются формулой

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}. \quad (1)$$

Решающим оказывается фактор величины компоненты σ_x тензора напряжений в окрестности конца трещины. В настоящей работе проводится оценка соотношения времени распространения трещины τ и времени затухания изгибного колебания отделяемых частей стержня, от которого зависит величина компоненты σ_x . На основании оценки определяется условие устойчивого продвижения трещины.

Как уже отмечалось, при достаточно большом плече приложения нагрузки l в окрестности вершины трещины возникает ситуация $\sigma_y > 0$. Выясним, что происходит при этом с компонентой σ_x . Оценим, при каких условиях трещина обгоняет нейтральную линию эпюры изгибных напряжений.

Оценка рассмотренной модели экспериментальными исследованиями

Распределение $\sigma_x(y)$ при $x = 0$ в стержне при изгибе представляет собой момент, уравнивающий внешние нагрузки, которые действуют на отделяемые части стержня, и исчезающий вместе с распространением трещины (рис. 1). Это позволяет рассмотреть изгибное колебание деформированного конца стержня под действием исчезающего момента на его торце.

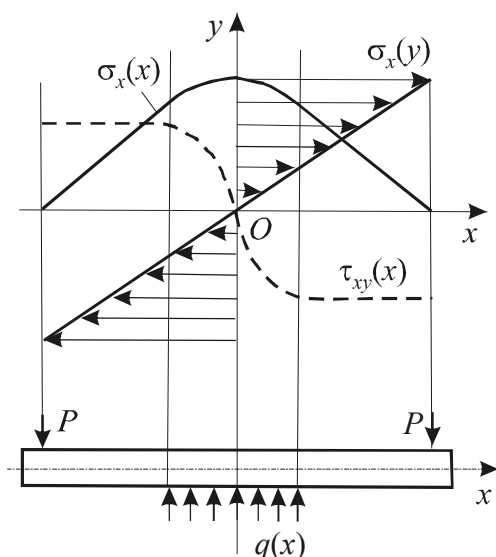


Рис. 1. Распределение усилий и напряжений при нагружении по схеме трехточечного изгиба

торца, т.е. $\sigma_x(y,t) = \sigma_x(y)\varphi(t)$. При этом момент совершает отрицательную работу, иными словами отбирает энергию у стержня. Изменяясь со временем достаточно быстро, момент может изменить знак раньше, чем стержень выпрямится. Совершаемая работа станет положительной, т.е. поток энергии изменит направление, что и будет соответствовать внедрению трещины в область сжимающих напряжений.

Для количественной оценки такого явления рассмотрим следующую простую колебательную систему (рис. 2). Масса m притягивается пружиной K к началу координат $x = 0$. Точка A связана с m посредством второй пружины k_1 и в начальный момент времени натягивает ее, удерживая массу m на некотором расстоянии от начала координат. При $t = 0$ точка A начинает двигаться в направлении начала координат по некоторому закону. Определим зависимость от времени силы $F(t)$, действующей со стороны пружины k_1 на массу m , пока последняя не достигнет начала координат.

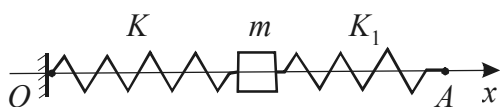


Рис. 2. Колебательная система

Воспользуемся следующей аналогией. В поле растягивающих напряжений трещина получает энергию для распространения, а в поле сжимающих она развиваться не может и тормозится, отдавая свою энергию материалу. Сравним время распространения трещины с четвертью периода колебаний деформируемой части стержня. Если период колебаний стержня слишком велик, то быстрая трещина успеет достигнуть сжимающих напряжений $\sigma_x(y) < 0$. В противном случае она распространяется в условиях $\sigma_x(y) > 0$.

Предположим, что уравнивающий момент, действующий на торец стержня, уменьшаясь, остается распределенным по всей поверхности

В рассматриваемой модели масса m соответствует моменту инерции деформированной части стержня, жесткость пружины k – жесткости стержня, сила $F(t)$ – моменту, действующему на торец стержня, закон движения точки A – закону распространения трещины.

Энергия, передаваемая силой $F(t)$ массе в течение времени t , равна

$$E = \int_0^t F(t)\dot{x}(t)dt, \quad (2)$$

где $\dot{x}(t)$ – скорость перемещения m .

Изменение направления потока энергии происходит в момент времени, которому соответствует величина

$$\dot{E} = F(t)\dot{x}(t) = 0. \quad (3)$$

Поскольку $\dot{x}(t) < 0$ и не изменяет знака, установим момент времени, при котором $F(t) = 0$. В начальной стадии движения $F(t) > 0$. При $F(t) = 0$ точка A догоняет массу m , и тогда $F(t) < 0$.

Относительно движения точки A можно предположить следующее. Рост трещины в поле растягивающих напряжений ускоряется, однако эта скорость не может превышать некоторой предельной. Распространение трещины в поле сжатия не рассматривается, поэтому примем для простоты закон движения точки A в виде

$$x = A \cos \omega_0 t, \quad (4)$$

предполагая, что $\tau = \pi/2\omega_0$ – полное время распространения трещины, т.е. за время τ точка A достигнет начала координат.

Уравнение движения системы следующее:

$$\ddot{x} = -\Omega^2 x - \omega_1^2 x + \omega_1^2 A \cos \omega_0 t. \quad (5)$$

Обозначив через $\Omega^2 + \omega_1^2 = \omega^2$ квадрат собственной частоты колебаний массы m , будем иметь

$$\ddot{x} = -\omega^2 x + \omega_1^2 A \cos \omega_0 t. \quad (6)$$

Решение этого уравнения ищем с помощью подстановки

$$\xi = \dot{x} - i\omega x. \quad (7)$$

Решая (6) с учетом (7), получим

$$\xi = e^{-i\omega t} \int_0^t \omega_1^2 A \cos \omega_0 t e^{i\omega t} dt - i \frac{\omega_1^2}{\omega} A e^{i\omega t}; \quad (8)$$

$$x = -\frac{\text{Im} \xi}{\omega} = \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 - \omega_0^2} A (\cos \omega_0 t - \cos \omega t) + \frac{\omega_1^2}{\omega^2} A \cos \omega t. \quad (9)$$

Из уравнения (5) найдем силу

$$F(t) = -\omega_1^2 + \omega_1^2 A \cos \omega_0 t = \frac{A\omega_0^2\omega_1^4}{\omega^2(\omega^2 - \omega_0^2)} \cos \omega t + \frac{A\omega_1^2(\Omega^2 - \omega_0^2)}{\omega^2 - \omega_0^2} \cos \omega_0 t. \quad (10)$$

Потребуем, чтобы $F(t) = 0$ при $t = \tau = \pi/2\omega_0$. Избавляясь от постоянных множителей, получим

$$\frac{\cos \frac{\pi\omega}{2\omega_0}}{\omega^2 - \omega_0^2} = 0. \quad (11)$$

Последнее равенство выполняется при $\frac{\pi\omega}{2\omega_0} = \frac{3\pi}{2}$. Учитывая также, что $\omega = 2\pi/T$, получаем

$$\omega_0 = \frac{1}{3}\omega; \quad \tau = \frac{3T}{4}. \quad (12)$$

Соотношение (12) является условием устойчивого роста трещины: время ее распространения τ должно быть не менее чем в три раза больше четверти периода свободных колебаний деформируемой части отделяемой половины образца.

Полученный результат можно сравнить с экспериментальными данными о времени распространения трещины в фотоупругом образце [3], выполненном из эпоксидной смолы в виде прямоугольного стержня шириной 5 и высотой 20 мм. Здесь $\tau = 30\text{--}40 \mu\text{s}$. Теоретически рассчитанная четверть периода свободных колебаний деформируемой части образца длиной 40 мм равна примерно 13 μs . Эти данные вполне удовлетворяют соотношению (12).

Оценка, получаемая рассмотренной моделью, зависит от того, насколько точно известна зависимость скорости распространения трещины от времени, поскольку эта зависимость обусловлена величиной внутренних напряжений и пластическими свойствами материала.

Таким образом, при неравных малых плечах приложения нагрузки трещина уходит в сторону большего плеча вследствие того, что с его стороны под центральной опорой уровень сжимающих напряжений σ_y^- ниже, чем в коротком плече, и ситуация $\sigma_y > 0$ в более длинном плече проявляется раньше, чем в коротком. По достижении критической длины плеч трещина успевает догнать нейтральную линию, и напряжения $\sigma_x < 0$, $\sigma_y > 0$ значительно отклоняют ее траекторию.

При малых равных плечах приложения внешних нагрузок и при малой длине более короткого недеформированного участка образца [4] в картину развития поля вблизи центральной опоры несимметрию вносит разность инерционных сил, создаваемых ускоренным движением недеформируемых участков образца. Более короткий конец прижимается к центральной опоре силой инерции в меньшей степени, чем более длинный, и трещина отклоняется в сторону недеформированного участка.

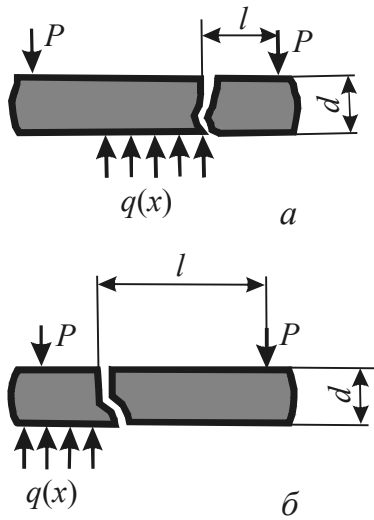


Рис. 3. Особенности отклонения трещины при ломке образцов по схеме консольного изгиба: *a* – $l < 2.5d$; *б* – $l > 2.5d$

Весьма показательное поведение трещины в случае разделения стержня чистым изгибом. При любом соотношении плеч трещина, пройдя половину пути, разветвляется симметрично в стороны. Очевидно, в отсутствие центральной опоры компонента $\sigma_y = \sigma_y^+$. С ростом трещины компонента σ_y возрастает настолько, что превышает $|\sigma_x|$, в результате дальнейшее продвижение трещины становится неустойчивым.

Рассматривая схему разделения консольным изгибом (рис. 3), видим, что устойчивая трещина должна уходить вглубь, под опору, а неустойчивая – выталкиваться за ее пределы. Это подтверждает эксперимент. Если свободный конец достаточно короткий ($l < 2.5d$), то трещина уходит в область под опорой, но финиширует на ее кромке (рис. 3,а). При $l > 2.5d$ трещина уходит в свободную часть стержня (рис. 3,б). Вероятно, такое поведение трещины связано с тем, что

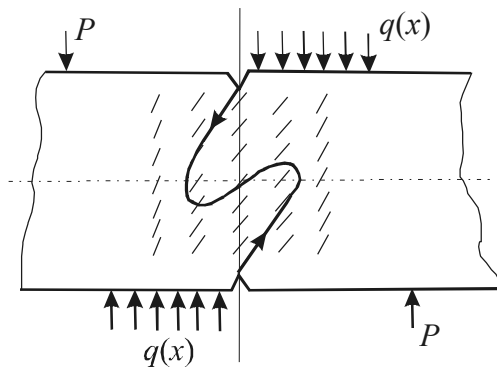


Рис. 4. Распределение площадок наибольших растягивающих напряжений и предполагаемая траектория трещины при нагружении по схеме сдвига

Предлагаемое объяснение хорошо иллюстрируется следующим экспериментом. Образец разделяется по схеме трехточечного изгиба при неравных плечах так, что короткое плечо несколько меньше, а длинное – несколько больше $2d$. Со стороны длинного плеча на свободный конец действует еще одна неподвижная четвертая опора. Ее местоположение рассчитывается так, чтобы усилия под боковыми опорами были одинаковыми. Это выравнивает напряжения слева и справа от центральной опоры и в процессе разрушения стабилизирует трещину. Если в отсутствие четвертой опоры отклонение трещины достигает $0.5d$, то при ее наличии трещина уходит в сторону не более чем на $0.05d$.

Весьма показательное поведение трещины в случае разделения стержня чистым изгибом.

При любом соотношении плеч трещина, пройдя половину пути, разветвляется симметрично в стороны. Очевидно, в отсутствие центральной опоры компонента $\sigma_y = \sigma_y^+$. С ростом трещины компонента σ_y возрастает настолько, что превышает $|\sigma_x|$, в результате дальнейшее продвижение трещины становится неустойчивым. вдоль предполагаемой поверхности разделения $\tau_{xy} \neq 0$. Поэтому в конце пути трещины всегда складывается условие ее неустойчивости.

Схему разделения сдвигом можно представить как суперпозицию смещенных и противоположных распределенных контактных нагрузок и пары сил с противоположным моментом. На рис. 4 представлены распределение площадок наибольших растягивающих напряжений и предполагаемая траектория трещины. Видно,

что схема распределения сдвигом принципиально не позволяет получить удовлетворительную поверхность разделения в хрупком материале.

Выводы

1. Прогнозировать направление траектории продвижения трещины при разделении длинномерного проката на мерные длины методом ломки можно только при учете динамических эффектов, связанных со скоростью распространения трещины и с затуханием различных компонентов поля внутренних упругих напряжений.

2. При разработке конструктивных схем разделения проката методом ломки их следует организовать так, чтобы вдоль предполагаемой плоскости разделения выполнялись условия $\tau_{xy} = 0$ и $\sigma_x > \sigma_y$ (Ox – ось, перпендикулярная к плоскости разделения).

1. В.В. Гришаев, Е.Н. Высоцкий, Пробл. прочности № 6, 52 (1989).
2. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Краткий курс теоретической физики. Кн. 1. Механика. Электродинамика, Наука, Москва (1969).
3. Е.Н. Высоцкий, В.В. Гришаев, Пробл. прочности № 6, 37 (1987).
4. Е.Н. Высоцкий, В.В. Гришаев, Пробл. прочности № 2, 25 (1988).

E.N. Vysotsky

CONDITION FOR STABLE CRACK PROPAGATION

A detailed qualitative analysis of the stressed-strained state of a long sample having solid section with edge crack propagating there has been done. Peculiarities of crack propagation upon separating a long strip (bar) of solid section by bending method are explained.

Fig. 1. Force and stress distribution under loading by the three-point bending scheme

Fig. 2. Vibratory system

Fig. 3. Peculiarities of crack deviation upon crushing the samples by the scheme of cantilever bending: $a - l < 2.5d$; $b - l > 2.5d$

Fig. 4. Distribution of areas of the highest tensile stresses and hypothetical crack trajectory upon loading by shearing scheme