

PACS: 41.20.Jb

Р.И. Коштовный, С.М. Орел

КОАКСИАЛЬНЫЙ ПРОВОДЯЩИЙ КОМПОЗИТ В КВАЗИСТАЦИОНАРНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина НАН Украины
ул. Р. Люксембург, 72, г. Донецк, 83114, Украина

Статья поступила в редакцию 19 февраля 2010 года

Численно изучено распределение радиальной и продольной составляющих переменного магнитного поля в тонком цилиндрическом композите и в окружающем его пространстве. Расчеты проведены для различных вариантов взаимного расположения разнородных компонент. Исследовано влияние размеров компонент на степень неоднородности магнитного поля.

Ключевые слова: композит, проводящий, коаксиальный, переменное магнитное поле, численные расчеты

1. Введение

Композиционные материалы в последнее время становятся объектом многочисленных исследований, что прежде всего связано с появлением у них особых свойств по сравнению с однородными материалами. Это объясняется наличием взаимодействия между разнородными областями, составляющими композит, которое приводит к изменению ряда механических или электромагнитных свойств образца как целого. Особым видом композиционных материалов являются волокнистые композиты, представляющие собой упорядоченную систему волокон одного материала, размещенных в матрице из другого. Так, например, при измерениях низкочастотной магнитной восприимчивости материалов, описанных в работе [1], в некоторых случаях обнаружены инвертированные петли гистерезиса намагниченности [2]. Причем особенности петель гистерезиса наблюдаются в неоднородных по магнитным свойствам материалах. Этим обусловлена необходимость четкого выявления эффектов, связанных исключительно с неоднородностью магнитных свойств исследуемых систем, что позволит при проведении экспериментов иметь оценку однородности внешнего переменного магнитного поля во всем объеме образца.

Композиты конечной длины в виде регулярно расположенных в проводящей матрице волокон из магнитного материала в этом аспекте еще недостаточно хорошо изучены. В работах [3–5] выполнены численные расчеты, позволившие

определить условия, при которых переменное магнитное поле в волокнистом композите цилиндрической формы конечной длины с достаточной степенью точности можно считать однородным. Оценки степени однородности магнитного поля были проведены для осесимметричных многокомпонентных композитов и для образцов с регулярно расположенными в немагнитной матрице магнитными волокнами. Недостатком данных исследований является отсутствие учета поля рассеяния, пренебречь которым можно лишь в случае образцов с большим отношением длины к радиусу. В работе [5] этот недостаток исправлен, и найдено распределение продольной и радиальной составляющих магнитного поля с учетом поля рассеяния для одноосных образцов с магнитным сердечником. Эти расчеты показали, что радиальная составляющая магнитного поля H_r в основном сосредоточена в небольшой области композита, примыкающей к его основанию. Следовательно, для образцов с большим отношением длины к диаметру при оценке однородности магнитного поля можно полагать, что магнитное поле в нем является продольным, а амплитуда на поверхности равна значению амплитуды внешнего переменного магнитного поля. Однако в работе [5] не были рассмотрены тонкие образцы, в которых полем рассеяния уже нельзя пренебрегать. Целью данной работы является выявление эффектов, связанных с наличием поля рассеяния в тонких композитах с различной геометрией и размерами разнородных компонент.

2. Объект исследования и постановка задачи

Расчет распределения магнитного поля в ограниченном волокнистом композите – это в общем случае довольно сложная задача, решение которой можно найти только в численном виде. Простейшим возможным приближением, учитывающим симметрию расположения волокон в матрице, является многокомпонентный образец, представляющий собой систему коаксиальных металлических цилиндров, различающихся по электрическим и магнитным свойствам. В данной работе мы ограничимся расчетом распределения магнитного поля в двухслойных композитах, состоящих из двух типов материалов. Магнитная проницаемость одного из них (назовем его N) равна 1, а магнитная проницаемость другого (материал M) больше единицы и может изменяться в широких пределах.

Система уравнений Максвелла в квазистационарном приближении имеет вид [6]:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1)$$

вне проводника

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0; \quad (2)$$

внутри проводника

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E}, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0,$$

где $\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}$ (μ_0 – магнитная постоянная, μ – магнитная проницаемость вещества), σ – удельная проводимость. На границах раздела двух сред должны

совпадать нормальные составляющие индукции магнитного поля ($B_{n1} = B_{n2}$) и тангенциальные составляющие напряженности ($H_{t1} = H_{t2}$). Кроме того, на границах участков с различными проводимостями должно выполняться условие непрерывности E_t .

Численное решение трехмерных уравнений Максвелла сопряжено с большим объемом вычислений, поэтому для исследования структуры магнитного поля в рассматриваемом композите необходимы дальнейшие упрощения. Оказалось, что для уединенного волокна, окруженного медной оболочкой, в области низких частот, где поверхностный импеданс магнитного материала пропорционален $(\mu\omega/\sigma)^{1/2}$ [6], можно выделить частоты ω внешнего поля, размеры образца и величины μ , которые позволяют получить корректное численное решение задачи в относительно небольшом объеме пространства. При этом должно соблюдаться условие выполнения приближенного равенства на границе указанного объема амплитуд приложенного параллельно оси образца однородного внешнего $\mathbf{H}_{\text{ext}}(t) = \mathbf{H}_0 \exp(i\omega t)$ и искомого поля: $\mathbf{H}_{\text{ext}}(t) \approx \mathbf{H}(t)$.

В цилиндрической системе координат напряженность электрического поля имеет только одну отличную от нуля компоненту $E_\varphi(r, z)$, удовлетворяющую уравнению

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (rE_\varphi)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 E_\varphi}{\partial z^2} + i\omega\sigma\mu\mu_0 E_\varphi = 0. \quad (3)$$

Координаты поверхности (r_b, z_b) , ограничивающей область интегрирования $S(r_b, z_b)$ уравнения (3), выбирались так, чтобы на ее границе выполнялись с заданной точностью равенства $H_r(r_b, z_b) = 0$, $H_z(r_b, z_b) = H_0$, что эквивалентно выполнению равенства $E_\varphi = i\omega\mu_0 r H_0 / 2$ в каждой точке этой поверхности.

3. Результаты расчетов и обсуждение

Расчеты, проведенные в [5], показали, что радиальная составляющая магнитного поля $H_r = -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial E_\varphi}{\partial z}$ в основном сосредоточена в небольшой области композита, примыкающей к его основанию, и для образцов с большим отношением длины к диаметру при оценке однородности магнитного поля ею можно пренебречь. Амплитуда продольной составляющей H_z оказалась близкой к величине H_0 практически вдоль всей боковой поверхности образца, за исключением очень узкой области вблизи основания.

В представленной работе рассмотрен случай тонких ($R/L = 1/5$) образцов, для которых полем рассеяния уже нельзя пренебрегать. Значения проводимостей для магнитной и немагнитной компонент образца взяты, как у железа и меди соответственно, а значение магнитной проницаемости $\mu = 10$. Рассмотрены два случая взаимного расположения разнородных областей, причем их размеры являются изменяемыми параметрами.

Характер взаимодействия поля с композитом типа N–M для случая компонент равного размера с учетом полей рассеяния имеет некоторые особенности. Распределение компонент магнитного поля представлено на рис. 1, а, б. Продольная компонента максимальна вблизи боковой поверхности и совпадает по величине с внешним магнитным полем. Со стороны боковой поверхности поле проникает в магнитную часть очень незначительно, однако наблюдается проникновение поля во внутреннюю немагнитную часть. Причем на оси поле отлично от нуля. В пространстве над немагнитной внутренней областью поле достаточно неоднородно, минимальное значение имеет вблизи

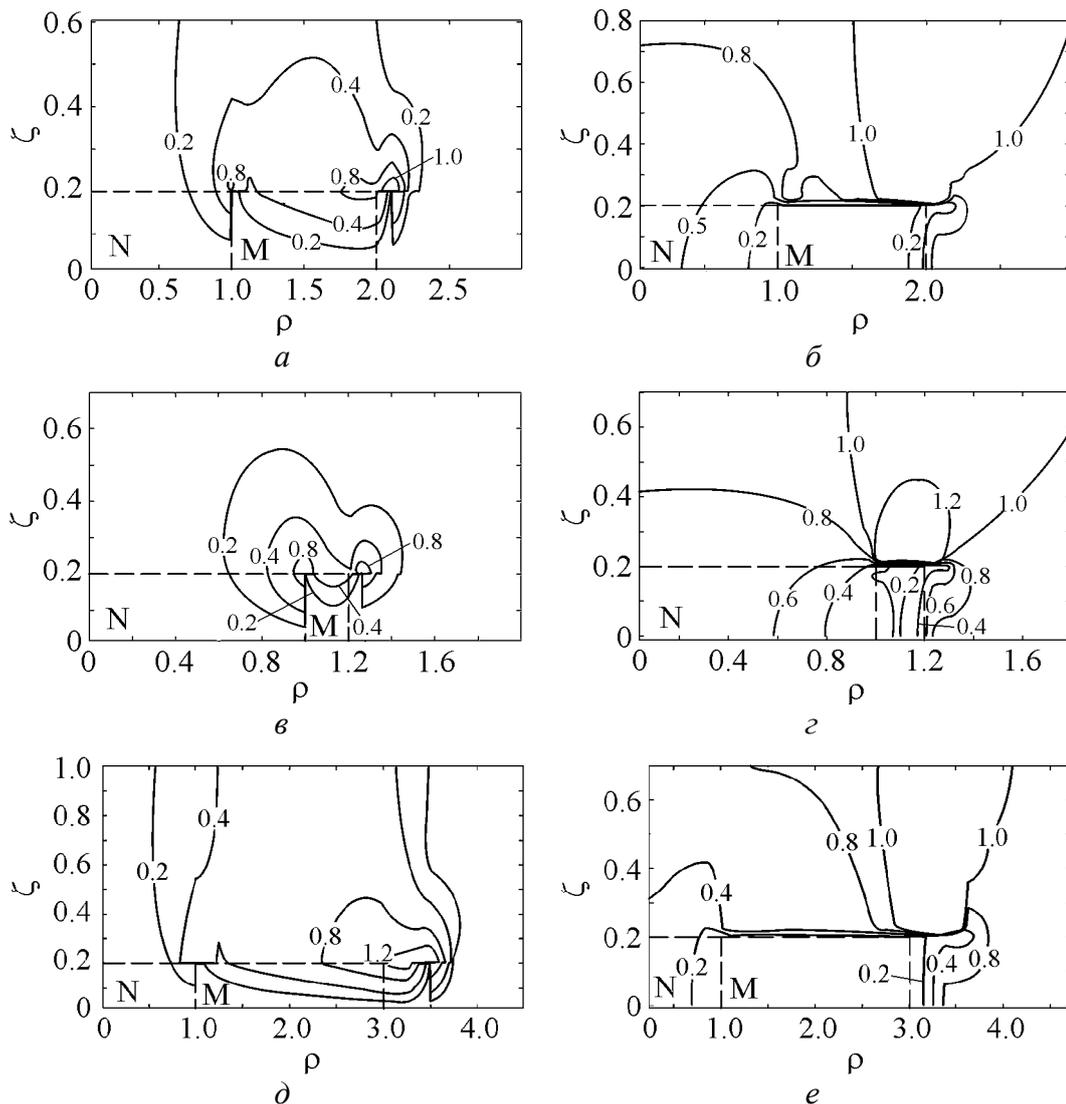


Рис. 1. Распределение магнитного поля в композите типа N–M: а, б – компоненты одинакового размера; в, г – магнитная область составляет 1/4 от немагнитной; д, е – немагнитная область составляет 1/2 от магнитной; штриховыми линиями изображены границы образца и разнообразных областей; значения поля приведены в единицах, отнесенных к величине внешнего поля, а по осям отложены безразмерные величины $\rho = r/R$, $\zeta = z/R$

торцевой поверхности, и приближается к величине внешнего поля на расстоянии, примерно в четыре раза превышающем продольный размер композита.

Радиальная компонента поля в основном сосредоточена в пространстве над магнитной областью образца и имеет локальные максимумы вблизи границ раздела разнородных компонент. Область повышенных значений, соответствующая локальному максимуму возле внешней боковой поверхности образца, имеет несколько большие размеры по сравнению с областью вблизи границы раздела. Радиальная компонента проникает в магнитную область примерно на половину ее размера.

В случае широкой немагнитной области и узкой внешней магнитной (соотношение размеров 1:4) наблюдается сокращение глубины проникновения радиальной компоненты в магнитную область. В пространстве над торцевой поверхностью эта составляющая затухает значительно быстрее по сравнению со случаем компонент равного размера (рис. 1,в). Также наблюдается проникновение H_z в немагнитную область вблизи границы раздела, особенно заметное около поверхности.

Продольная компонента еще больше проникает в немагнитную область (рис. 1,з), а характер распределения ее в магнитной области остается качественно неизменным. В пространстве над торцевой поверхностью продольная составляющая становится более однородной, а на расстоянии, сравнимом с размерами образца, достигает по величине значения внешнего поля.

С уменьшением размеров внутренней немагнитной области в два раза наблюдается снижение проникновения продольной компоненты поля во внутреннюю немагнитную область и увеличение области неоднородности поля над торцевой поверхностью (рис. 1,е). При этом проникновения поля в магнитную область также практически не наблюдается. Характер распределения радиальной составляющей остается качественно таким же, как и для случая разнородных компонент равного размера. Однако наблюдаются существенное увеличение области распространения радиальной составляющей в пространстве над магнитной областью композита и расширение области повышенных значений вблизи боковой поверхности (рис. 1,д). Глубина проникновения радиальной компоненты со стороны торцевой поверхности существенно не изменяется.

Распределение поля в композите типа М–N имеет следующие особенности. Для случая компонент равного размера (рис. 2) продольная составляющая магнитного поля достаточно глубоко проникает в немагнитную область со стороны боковой поверхности, причем вблизи границы поле максимально и превышает по величине значение внешнего. В магнитную область поле со стороны как боковой, так и торцевой поверхностей проникает на пренебрежимо малую глубину. В пространстве над образцом поле также неоднородно, причем в отличие от случая композита N–M неоднородность наблюдается над всей торцевой поверхностью. Над магнитной областью поле достигает значения, равного значению внешнего поля, на расстоянии, примерно в пять раз превышающем продольный размер образца.

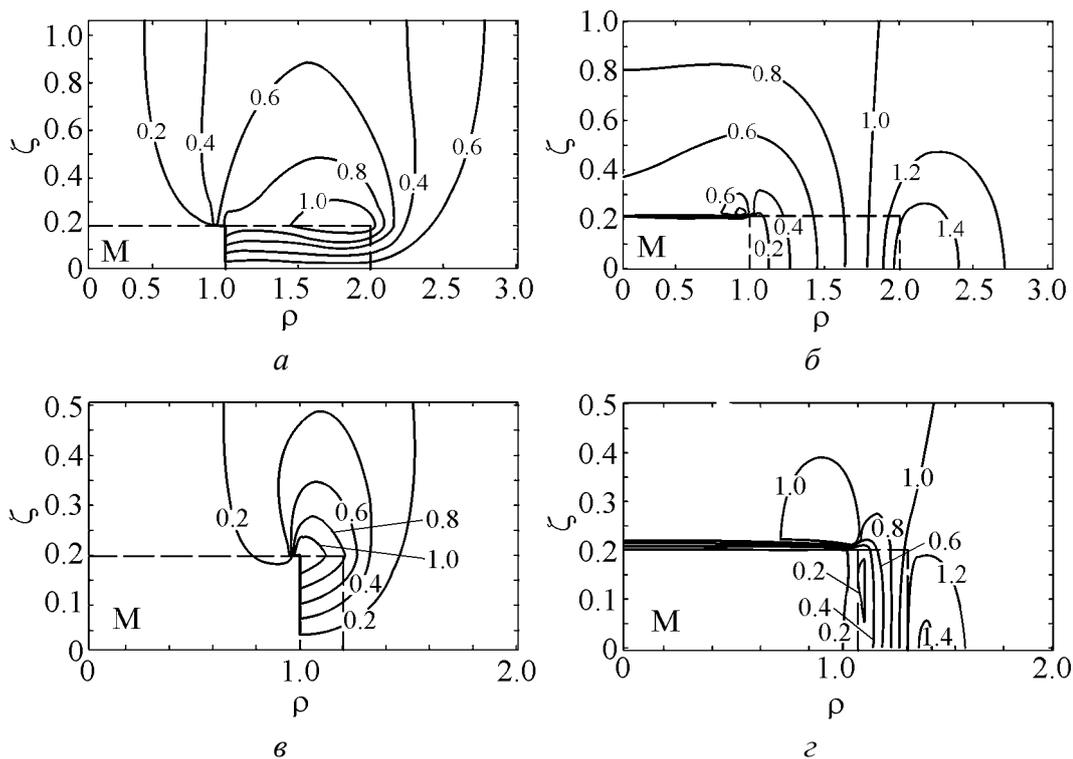


Рис. 2. Распределение магнитного поля в композите типа М–N: *a, б* – компоненты одинакового размера; *в, г* – немагнитная область составляет 1/4 от магнитной

Радиальная компонента (рис. 2,*a*) сосредоточена в основном в области над немагнитной компонентой и проникает в нее почти на всю длину.

При уменьшении размеров внешней компоненты продольная составляющая над немагнитной областью становится однородной и достигает на поверхности образца значения, соответствующего внешнему полю (рис. 2,*г*). При этом со стороны боковой поверхности поле проникает примерно на середину немагнитной области.

Радиальная составляющая пренебрежимо мала как в области над немагнитной компонентой, так и в самой компоненте (рис. 2,*в*). В пространстве над немагнитной областью она спадает значительно быстрее, чем в случае композита с равными компонентами.

4. Заключение

В зависимости от размеров и расположения разнородных областей существенно изменяется характер распределения поля в самом композите.

В случае образца с немагнитным сердечником наблюдается проникновение продольной составляющей магнитного поля во внутреннюю компоненту тем большее, чем меньше размеры его внешней магнитной части.

Радиальная компонента поля в основном сосредоточена в пространстве над магнитной областью образца и имеет локальные максимумы вблизи границ раздела разнородных компонент. С увеличением размеров внутренней

компоненты происходит уменьшение глубины проникновения радиальной компоненты в магнитную область.

С ростом размеров магнитной компоненты наблюдается существенное увеличение области распределения радиальной составляющей в пространстве над магнитной областью композита и расширение области повышенных значений при приближении к боковой поверхности.

В случае образца М–N поле слабо проникает в магнитную компоненту, а с увеличением размеров последней поле в пространстве вблизи торцевой поверхности становится резко неоднородным и изменяется от максимального значения практически до нуля в пределах очень маленькой области.

1. *Н.И. Матросов, А.Б. Дугадко, Е.А. Павловская*, ФТВД **8**, № 3, 122 (1998).
2. *А.Н. Черкасов, В.А. Белошенко, В.З. Спусканюк, В.Ю. Дмитренко, Б.А. Шевченко*, ФММ **104**, 144 (2007).
3. *Р.И. Коштовный, С.М. Орел*, ФТВД **17**, № 3, 7 (2007).
4. *Р.И. Коштовный, С.М. Орел*, ФТВД **18**, № 3, 83 (2008).
5. *Р.И. Коштовный, С.М. Орел*, ФММ (2010) в печати.
6. *Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц*, Теоретическая физика, Т. 8. Электродинамика сплошных сред, Наука, Москва (1982).

Р.И. Коштовный, С.М. Орел

КОАКСИАЛЬНИЙ ПРОВІДНИЙ КОМПОЗИТ У КВАЗІСТАЦІОНАРНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ

Чисельно вивчено розподіл радіальної та повздовжньої складових змінного магнітного поля в тонкому циліндричному композиті та в навколишньому просторі. Розрахунки проведено для різних варіантів взаємного розташування різнорідних компонент. Досліджено вплив розмірів компонент на ступінь неоднорідності магнітного поля.

Ключові слова: композит, провідний, коаксіальний, змінне магнітне поле, чисельні розрахунки

R.I. Koshtovny, S.M. Orel

COAXIAL CONDUCTING COMPOSITE IN QUASI-STATIONARY MAGNETIC FIELD

Distribution of radial and longitudinal magnetic-field components in a thin cylindrical composite and in surrounding space has been studied numerically. Calculations have been done for different variants of heterogeneous components relative position. Influence of components size on degree of magnetic field nonuniformity has been investigated.

Keywords: composite, conducting, coaxial, alternating, magnetic field, numerical calculations

Fig. 1. Magnetic field distribution in N–M type composite: a, \bar{b} – components of equal size; \bar{e}, \bar{z} – magnetic region makes 1/4 of nonmagnetic one; dash lines shows boundaries of sample and of heterogeneous regions; \bar{d}, \bar{e} – nonmagnetic region makes 1/2 of magnetic one; field values are in units relating to external-field value, dimensionless quantities $\rho = r/R, \zeta = z/R$ are plotted on the axes

Fig. 2. Magnetic field distribution in M–N type composite: a, \bar{b} – components of equal size; \bar{e}, \bar{z} – nonmagnetic region makes 1/4 of magnetic one